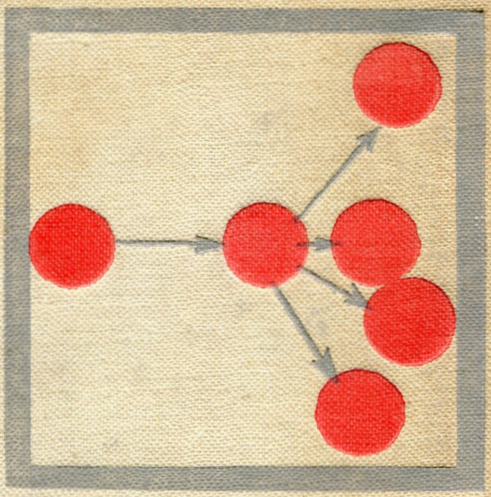


Ф. П. ДЕНИСОВ, В. Н. МЕХЕДОВ

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

АТОМИЗДАТ · 1972

Ф. П. ДЕНИСОВ, В. Н. МЕХЕДОВ

ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ



МОСКВА АТОМИЗДАТ 1972

УДК 539.172.12/.13 + 539.172.4/.6

Денисов Ф. П., Мехедов В. Н. **Ядерные реакции при высоких энергиях.** М., Атомиздат, 1972 г., с. 232

В монографии рассмотрены результаты теоретических и экспериментальных исследований ядерных реакций при высоких энергиях, выполненных в течение двух последних десятилетий. Подробно обсуждаются модель прямого взаимодействия в ее квантовомеханическом и классическом вариантах — импульсном приближении с искаженными волнами — и модели внутриядерного каскада, а также экспериментальные данные, полученные методами фотопластинок, счетчиков и радиохимии.

Книга не требует специальной теоретической подготовки и может оказаться полезной не только физикам-экспериментаторам, но и инженерам и радиохимикам, работающим над методическими и прикладными вопросами ядерной физики высоких энергий.

Таблиц 43, рисунков 73, библиография 447.

2—3—7
19—72

Денисов Феликс Петрович Мехедов Владимир Николаевич
ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Редактор *Л. В. Белова*
Художественный редактор *А. С. Александров* Переплет художника *Г. Е. Левченко* Технический редактор *С. А. Бирюкова* Корректоры *Смирнова И. А., Тимохова Л. С.*

Сдано в набор 7. IV. 1972 г. Подписано к печати 10/X 1972 г.
Т-12658 Формат 84×108/32 Бумага типографская № 2
Усл. печ. л. 12,18 Уч.-изд. л. 12,63 Тираж 1525 экз. Цена 1 р. 47 к.
Зак. изд. 71026 Зак. тип. 1015 Атомиздат. 103031, Москва, К-31, ул. Жданова, 5/7.

Московская типография № 4 Главполиграфпрома Государственного комитета Совета Министров СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
Б. Переяславская, 46

ПРЕДИСЛОВИЕ

В предлагаемой вниманию читателей монографии рассмотрены основные результаты теоретических и экспериментальных исследований ядерных реакций при высоких энергиях, полученные в течение двух последних десятилетий. Чтобы сохранить при сжатом объеме единство и последовательность изложения, авторы сочли возможным исключить из рассмотрения некоторые вопросы, представляющие самостоятельный интерес и уже обсуждавшиеся в отечественной и переводной зарубежной литературе. К таким вопросам относятся, например, реакции срыва и подхвата, диаграммная техника расчета прямых ядерных реакций и др. Это позволило более подробно остановиться на модели прямого взаимодействия частиц высоких энергий с ядрами в ее квантовомеханическом и классическом вариантах: импульсном приближении с плоскими и искаженными волнами и модели внутриядерного каскада. Обсуждению этих вопросов посвящены первые три главы. Знакомство с этим разделом не требует от читателя специальной теоретической подготовки, и изложенный в нем материал может оказаться полезным не только для физи-

ков-экспериментаторов, но и для инженеров и радиохимиков, работающих над методическими и прикладными вопросами ядерной физики высоких энергий.

Последние три главы посвящены экспериментальным исследованиям. Экспериментальные данные, приведенные в этих главах, безусловно, представляют большой интерес как для физиков-экспериментаторов, так и для теоретиков, интересующихся проблемами ядерной физики высоких энергий.

Окончательное оформление и редактирование книги было выполнено без участия Владимира Николаевича Мехедова. Автор предисловия хотел бы считать настоящую монографию благородной памятью В. Н. Мехедову, отдавшему много сил развитию советской ядерной физики.

Ф. П. ДЕНИСОВ

ВВЕДЕНИЕ

Ядерные взаимодействия при высоких энергиях наблюдались еще более 40 лет назад в космических лучах, а в качестве самостоятельной области исследований ядерная физика высоких энергий существует около 20 лет, со времени ввода в строй первых ускорителей частиц высоких энергий. Однако наиболее интересные результаты в этой области получены лишь в последние годы.

Бурное развитие ядерной физики высоких энергий в последнем десятилетии вызвано следующими причинами. Во-первых, в этот период было построено большое число новых ускорителей частиц высоких энергий и, следовательно, была создана достаточно широкая экспериментальная база. Кроме того, были разработаны новые эффективные методы исследований, позволившие реализовать те принципиальные преимущества, которыми обладают частицы высоких энергий перед частицами малых и средних энергий [корреляционный метод изучения реакций $(p, 2p)$ и метод ядер отдачи]. И, наконец, значительно возросло прикладное значение ядерной физики высоких энергий, в первую очередь в связи с проблемой обеспечения радиационной безопасности при космических полетах.

Задачей исследований ядерных взаимодействий при высоких энергиях является изучение механизма взаимодействия и получение новой информации о ядерной структуре.

При взаимодействии с ядром частица высокой энергии может испытать упругое и неупругое рассеяния, а также вызвать ядерную реакцию.

При упругом рассеянии конечное ядро остается в невозбужденном состоянии, и сведения, которые можно в этом случае получить, очевидно, ограничиваются характеристиками основных состояний атомных ядер.

Наиболее интересные результаты, полученные в этой области, связаны с исследованиями упругого рассеяния на ядрах электронов высоких энергий. Чисто электромагнитный характер взаимодействия позволяет провести с помощью хорошо разработанных методов строгий анализ экспериментальных результатов и получить сведения о распределении внутриядерного электрического заряда. Целью другой большой группы экспериментов, в которых исследуется упругое рассеяние нуклонов, является определение параметров ядерного оптического потенциала.

При неупругом рассеянии падающая частица вылетает из ядра, потеряв часть своей энергии на возбуждение ядра. Поэтому исследования неупругого рассеяния дают сведения о возбужденных состояниях ядер. Получаемая при этом информация имеет много общего с информацией, которую дают известные методы ядерной спектроскопии в области малых и средних энергий.

Наконец, в результате взаимодействия падающей частицы с ядром из ядра может быть испущена другая частица или несколько частиц. Такой процесс называется ядерной реакцией, или расщеплением ядра.

Исследования ядерных расщеплений при высоких энергиях представляют особый интерес как для теоретической, так и для прикладной физики. Значение этих исследований для проверки и развития теории атомного ядра подробно рассмотрено в дальнейшем. Здесь же отметим значение этих исследований для смежной области физики высоких энергий — физики элементарных частиц. Известно, что ядерные мишени остаются пока единственным инструментом для изучения взаимодействия короткоживущих частиц — резонансов с нуклонами. Это связано с тем, что вследствие малого времени жизни акт взаимодействия резонанса с нуклоном не может быть отнесен от места рождения резонанса на расстояние, большее характерного ядерного (около 1 *ферми* $= 10^{-13}$ *см*). Очевидно, нельзя получить достоверную информацию об этих процессах, не зная механизма взаимодействия частиц высоких энергий с ядрами.

Среди разнообразных практических приложений ядерной физики высоких энергий прежде всего необходимо отметить такие, как производство радиоактивных изотопов, расчеты радиационной защиты современных ускорителей частиц высоких энергий и, в особенности, проектируемых и строящихся сильноточных ускорителей, обеспечение радиационной безопасности космонавтов при космических

полетах, обеспечение радиационной стойкости бортовой аппаратуры спутников Земли, космических кораблей и межпланетных станций.

К сожалению, бурное развитие ядерных исследований при высоких энергиях не нашло достаточно полного отражения в обзорной научной литературе. Если исследованиям упругого и неупругого рассеяний частиц высоких энергий посвящено большое число обзоров и монографий, то по ядерным реакциям существует только одна монография: Н. А. Перфилов, О. В. Ложкин и В. П. Остроумов «Ядерные реакции под действием частиц высоких энергий», изданная в 1962 г. Со времени издания этой монографии выполнено большое число новых работ, в которых получена важная информация о механизме ядерных реакций и структуре атомных ядер.

Настоящая монография ставит своей целью познакомить читателя с новыми экспериментальными и теоретическими исследованиями в области ядерных реакций при высоких энергиях. Поэтому здесь, насколько это возможно, не рассматриваются вопросы, нашедшие отражение в книге Н. А. Перфилова и др. и не получившие существенного развития в последние годы. В частности, совсем не рассматривается оптическая модель ядерных реакций и почти полностью — статистическая модель испарения частиц возбужденными ядрами. Опущены и вопросы диаграммной техники расчета ядерных реакций при высоких энергиях, подробно изложенные в некоторых монографиях (см., например, И. С. Шапиро «Теория прямых ядерных реакций», М., Атомиздат, 1963 г.).

В то же время более подробно рассмотрены простейшие реакции (p, $2p$) и (p, pn), а также различные типы реакций глубоких ядерных расщеплений. Эти же замечания относятся и к описаниям экспериментальной техники, где основное внимание уделено новым методикам, получившим широкое распространение в последние годы.

В заключение необходимо сказать несколько слов об области энергий и типах падающих частиц, которые рассматриваются в настоящей книге.

За некоторыми исключениями, область энергий заключена между приблизительно 100 и 1000 *Мэв*. Выбор нижней границы более подробно обоснован в дальнейшем. Выбор верхней границы связан с тем, что при более высоких энергиях начинает играть существенную роль мезонообразование и вторичное взаимодействие образовавшихся

мезонов с ядерным веществом. Эта область, в которой переплетаются ядерная физика и физика элементарных частиц, имеет свои особенности, и анализ ее выходит за рамки настоящей книги. Из всех известных типов бомбардирующих частиц рассматриваются только протоны, нейтроны, дейтоны и α-частицы.

Одна из задач книги — это подготовка читателя к чтению обзорной и оригинальной литературы по ядерным реакциям при высоких энергиях. Читателю, у которого возникнет желание углубить свои знания в этой области, можно порекомендовать следующие обзорные работы: по простейшим реакциям — обзоры Якоба и Мариса* и Гровера и Каретто[2]*; по сложным ядерным реакциям и каскадному процессу — обзор В. А. Коньшина и Е. С. Матусевича[3]*.

---

* Jacob G., Maris Th. A. J. Rev. Mod. Phys., **38**, 1,121 (1966).

[2]* Grover J. R., Caretto A. A. Ann. Rev. Nucl. Sci., **14**, 51 (1964).

[3]* Konshin V. A., Matusevich E. S. Atomic Energy Rev., **6**, 4, 3 (1968).

ГЛАВА 1

ПРЯМОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ С ЯДРАМИ

§ 1. Ядерные реакции и формальная теория рассеяния

Ядерная реакция, вызванная частицей высокой энергии, — сложный процесс, в результате которого изменяется состав атомного ядра и появляются новые частицы. Для описания этого процесса удобно пользоваться общей теорией взаимодействия квантовых систем, известной под названием формальной теории рассеяния [1—3]. Использование термина «рассеяние» в последней формулировке является условным, поскольку в общем виде теория включает в себя рассеяние как частный случай взаимодействия, при котором составы падающих и разлетающихся частиц совпадают.

Рассмотрим процесс столкновения частицы высокой энергии с ядром. На больших расстояниях от ядра, где взаимодействием падающей частицы с ядром можно пренебречь, гамильтониан системы *частица + ядро* можно представить в виде суммы оператора кинетической энергии частицы и ядра $\hat{K}_a$ и оператора, описывающего их внутренние состояния $\hat{H}_a(\xi)$:

$$\hat{H}_a = \hat{K}_a + \hat{H}_a(\xi). \tag{1.1}$$

Собственные значения E_a и собственные функции Φ_a оператора $\hat{H}_a$ удовлетворяют уравнению

$$\hat{H}_a \Phi_a = E_a \Phi_a \tag{1.2}$$

или

$$(\hat{H}_a - E_a)\Phi_a = 0. \tag{1.3}$$

При взаимодействии падающей частицы с ядром оператор Гамильтона принимает вид

$$\hat{H} = \hat{H}_a + \hat{V}_a, \tag{1.4}$$

где $\hat{V}_a$ — оператор взаимодействия падающей частицы с ядром. В результате взаимодействия падающей частицы с ядром появляются вылетевшие из ядра частицы, а ядро изменяет состав, возбуждается и получает импульс отдачи.

Пока вторичные частицы взаимодействуют друг с другом и с ядром, оператор Гамильтона имеет вид

$$\hat{H}' = \hat{H}_b + \hat{V}_b, \tag{1.5}$$

где $\hat{V}_b$ — оператор взаимодействия продуктов реакции, а $\hat{H}_b$ — оператор их кинетической энергии K_b и внутренних состояний

$$\hat{H}_b = \hat{K}_b + \hat{H}_b(\xi). \tag{1.6}$$

Очевидно, что $\hat{H}' = \hat{H}$.

Когда взаимодействие между продуктами реакции прекращается, $\hat{V}_b = 0$ и, следовательно, $\hat{H}_b$ — оператор Гамильтона невзаимодействующих продуктов реакции. Его собственные значения E_b и собственные функции Φ_b определяются уравнением

$$\hat{H}_b \Phi_b = E_b \Phi_b \tag{1.7}$$

или

$$(\hat{H}_b - E_b)\Phi_b = 0. \tag{1.8}$$

Волновая функция взаимодействующих (как падающих, так и разлетающихся) частиц ψ_a — решение уравнения

$$\hat{H}\psi_a = E\psi_a, \tag{1.9}$$

где в силу закона сохранения энергии $E = E_a = E_b$. Индекс a означает, что решение ψ_a соответствует начальному состоянию Φ_a. Для дальнейших расчетов уравнение (1.9) запишем в виде

$$(\hat{H}_a + \hat{V}_a)\psi_a = E_a\psi_a \tag{1.10}$$

или

$$(E_a - \hat{H}_a)\psi_a = \hat{V}_a\psi_a. \tag{1.11}$$

Решение ψ_a ищем в виде

$$\psi_a = \Phi_a + \psi_a'. \tag{1.12}$$

Подставляя (1.12) в уравнение (1.11) и учитывая, что $(\hat{H}_a - E_a)\ \Phi_a = 0$, получаем

$$(E_a - \hat{H}_a)\psi_a' = \hat{V}_a\psi_a. \tag{1.13}$$

Умножим равенство (1.13) на оператор $(E_a - \hat{H}_a)^{-1}$. Тогда

$$\psi_a' = (E_a - \hat{H}_a)^{-1} \hat{V}_a \psi_a. \tag{1.14}$$

Подставив (1.14) в (1.12), получим

$$\psi_a = \Phi_a (E_a - \hat{H}_a)^{-1} \hat{V}_a \psi_a. \tag{1.15}$$

Уравнение (1.15) — это интегральное уравнение относительно функции ψ_a. Для его решения обычно используют метод функции Грина, при расчете которой необходимо задать правила обхода полюсов, соответствующих энергии E_a. Для этого E_a заменяют на $E_a' = E_a \pm i\eta$, где η — положительная малая величина, которую после интегрирования надо устремить к нулю [4].

Анализ показывает, что если принять $E_a' = E_a + i\eta$, то решение на больших расстояниях от области действия сил представляется суперпозицией падающей на ядро волны и расходящихся волн. Случаю $E_a' = E_a - i\eta$ соответствуют сходящиеся волны.

Для процесса расщепления ядер, которому соответствуют расходящиеся волны, запишем

$$\psi_a = \Phi_a + (E_a - \hat{H}_a + i\eta)^{-1} \hat{V}_a \psi_a. \tag{1.16}$$

Введем оператор рассеяния $\hat{T}$

$$\hat{T}\Phi_a = \hat{V}_b \psi_a. \tag{1.17}$$

Подставляя из (1.17) $\psi_a = \hat{V}_b^{-1} \hat{T} \Phi_a$ в (1.16), получаем

$$V_b^{-1} \hat{T}\Phi_a = \Phi_a + (E_a - \hat{H}_a + i\eta)^{-1} \hat{V}_a \hat{V}_b^{-1} \hat{T} \Phi_a, \tag{1.18}$$

т. е. операторное уравнение для $\hat{T}$ имеет вид

$$\hat{T} = \hat{V}_b + \hat{V}_b (E_a - \hat{H}_a + i\eta)^{-1} \hat{V}_a \hat{V}_b^{-1} \hat{T}. \tag{1.19}$$

Эффективное сечение интересующей нас реакции можно выразить через матричный элемент:

$$T_{ba} = (\Phi_b, T\Phi_a) = (\Phi_b, V_b \psi_a). \tag{1.20}$$

Обозначим динамические переменные частиц, участвующих в реакции, так:

$$L = Q_{ef}. \tag{1.21}$$

Здесь $Q = E^{(n)}$ — полная энергия; $\mathbf{p}$ — импульс; $\mathbf{v}$ — скорость; $\mathbf{k}$ — волновой вектор; j — квантовое число момента количества движения; $\mathbf{r}$ — радиус-вектор; E — кинетическая энергия; E_0 — энергия покоя частицы и $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ — телесный угол, которым задается направление ее движения; $e = a, b$ соответствует начальному и конечным состояниям; $f = 1, 2, 3, \ldots, n$ — различным частицам, участвующим в реакции (как первичным, так и продуктам реакции).

Если при взаимодействии частицы $a1$ с ядром $a3$ образуется n частиц $b1, b2, \ldots, bn$, то релятивистски инвариантное выражение для полного сечения взаимодействия пучка неполяризованных частиц с неполяризованными ядрами имеет вид [5]:

$$\sigma^{a1,\,a3}_{b1,\,b2,\,\ldots,\,bn} = (2\pi)^4 \nu_a \sum_{a,b} \int |T_{ba}|^2 \times$$

$$\times B(a1, a3)\,\delta(\varepsilon_n)\,\delta(\pi_n) \prod_{i=1}^{n} d^3 k_i. \qquad (1.22)$$

В этом выражении индекс a у знака суммы означает суммирование по всем состояниям поляризации начального ядра и падающей частицы, а индекс b — суммирование по всем состояниям, приводящим к образованию $b1, b2, \ldots, bn$ частиц (в том числе и по состояниям с различной поляризацией продуктов реакции). Интеграл берется по всему $3n$-мерному объему волновых чисел продуктов реакции. Остальные величины имеют следующий смысл:

$$\nu_a^{-1} = (2j_{a1} + 1)(2j_{a3} + 1) \qquad (1.23)$$

— число состояний поляризации в начальном состоянии; $|T_{ba}|^2$ — квадрат модуля матричного элемента оператора рассеяния $\hat{T}$ для перехода $\Phi_a \to \Phi_b$;

$$B(a1, a3) = \{(\mathbf{v}_{a1} - \mathbf{v}_{a3})^2 - c^{-2}[\mathbf{v}_{a1} \times \mathbf{v}_{a3}]^2\}^{-1/2} \qquad (1.24)$$

— кинематический множитель, связанный с плотностью потока падающих частиц. Дельта-функции $\delta(\varepsilon_n)$ и $\delta(\boldsymbol{\pi}_n)$ обеспечивают выполнение законов сохранения энергии и импульса

$$\varepsilon_n = \sum_{i=1}^{n} E^{\text{п}}_{bi} - (E^{\text{п}}_{a1} + E^{\text{п}}_{a3}); \qquad (1.25)$$

$$\boldsymbol{\pi}_n = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i - (\mathbf{p}_{a1} + \mathbf{p}_{a3}). \qquad (1.26)$$

Выражение (1.22) определяет полное сечение ядерной реакции, в результате которой образуется n частиц. Чтобы найти дифференциальное сечение, характеризующее данную частицу bn, нужно в (1.22) исключить интегрирование по $\mathbf{k}_n$. При расчете корреляционных сечений образования ij частиц опускают интегрирование по $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{k}_j$.

Таким образом, чтобы рассчитать любую реакцию, достаточно найти соответствующий матричный элемент T_{ba}, т. е. решить операторное уравнение (1.19). В общем случае это уравнение — сложная задача многих тел и его точное решение сопряжено с большими трудностями. Однако если падающая частица является частицей высокой энергии, то при решении данной задачи можно с высокой точностью пользоваться различными приближенными методами, которые составляют содержание модели прямого взаимодействия частиц высоких энергий с ядрами.

§ 2. Серберовская модель прямого взаимодействия частиц высоких энергий с ядрами

В основе модели прямого взаимодействия частиц высоких энергий с ядрами, предложенной Сербером [6] и получившей дальнейшее развитие в работах Гольдбергера [7], Чу и сотр. [8, 9] и Ватсона [10], лежит идея о попарном квазисвободном взаимодействии падающей частицы с частицами ядра.

Предположение о попарном взаимодействии означает, что частица высокой энергии, проходящая через ядро, в каждый момент времени может сильно взаимодействовать только с одной частицей ядра. Нетрудно показать, что это предположение соответствует физической реальности только в том случае, если средний пробег частицы высокой энергии в ядерном веществе значительно больше среднего расстояния между ядерными частицами. Действительно, средний пробег частицы в ядерном веществе $\bar{l}$ характеризует интенсивность ее взаимодействия с частицами ядра. Вследствие экранировки падающая частица сильно взаимодействует только с ближайшими частицами, и область взаимодействия можно приближенно представить в виде цилиндра, ось которого совпадает с траекторией движения частицы, а площадь основания равна πr_0^2, где r_0 — среднее расстояние между частицами в ядре.

Среднее число взаимодействий на расстоянии l $n(l)$ пропорционально числу частиц, находящихся в объеме $\pi r_0^2 l$:

$$n(l) \sim \pi r_0^3 l. \tag{1.27}$$

Вследствие экранировки одновременно сильное взаимодействие с двумя частицами может произойти лишь в объеме πr_0^3. Среднее число взаимодействий в этом объеме пропорционально величине

$$\bar{n} = n(r_0) \sim \pi r_0^3. \tag{1.28}$$

Вероятность одновременного сильного взаимодействия с двумя частицами в данном объеме будет мала, если

$$(\bar{n}/n(\bar{l})) = (n(r_0)/n(\bar{l})) \approx (r_0/\bar{l}) \ll 1, \tag{1.29}$$

где $\bar{l}$ — средний пробег частицы [$n(\bar{l}) = 1$].

Оценим отношение вероятности столкновения падающей частицы с двумя частицами $p_2(\bar{n})$ к вероятности столкновения с одной частицей $p_1(\bar{n})$. Для этого, пренебрегая корреляцией частиц в ядре, воспользуемся законом Пуассона

$$p_m(\bar{n}) = ((\bar{n})^m/m!) \exp(-\bar{n}), \tag{1.30}$$

который дает вероятность взаимодействия с m частицами, если известно, что среднее число взаимодействий равно $\bar{n}$.

Из соотношений (1.29) и (1.30), учитывая, что $n(\bar{l}) = 1$, получаем:

$$p_2(\bar{n})/p_1(\bar{n}) = (\bar{n}/2) \approx (r_0/2\bar{l}). \tag{1.31}$$

Оценим, чему равно отношение (1.31), когда падающая и ядерная частицы — нуклоны. Средний пробег нуклонов в ядерном веществе при энергии $T = 100$ *Мэв* равен $\bar{l} \approx 4$ *ферми* [11]. Среднее расстояние между нуклонами в ядре $r_0 = 1{,}2$ *ферми*. Поэтому для нуклонов этой энергии $p_2(\bar{n})/p_1(\bar{n}) \approx 0{,}15$.

Рассмотрим теперь, какой физический смысл вкладывается в понятие о квазисвободном взаимодействии падающей частицы с частицами ядра. В серберовской модели прямого взаимодействия предположение о квазисвободном взаимодействии означает, что столкновение частиц в ядре происходит так, как если бы в момент столкновения они были свободными. Это предположение существенно упро-

щает рассмотрение ядерных реакций при высоких энергиях, поскольку позволяет при расчетах столкновений в ядре использовать известные экспериментальные и теоретические данные, полученные для свободных частиц.

Необходимо, однако, подчеркнуть, что свободными падающая частица и частица ядра считаются только в момент столкновения. До и после столкновения они взаимодействуют с другими частицами ядра, и это взаимодействие тем или иным способом учитывается при расчетах в конкретных вариантах модели. Более того, взаимодействие с ядром может существенно повлиять и на сам акт столкновения: например, если партнеры по столкновению подчиняются принципу Паули и если один из них после столкновения попадает в уже занятое состояние, то такое столкновение будет запрещено.

Таким образом, предположение о квазисвободном взаимодействии означает, что ядерная частица — партнер по столкновению — в момент столкновения не взаимодействует с другими частицами ядра. Это предположение имеет следующее физическое обоснование. Время, в течение которого падающая частица взаимодействует с одной из частиц ядра, равно

$$\tau_{в} \approx R_{я}/v, \tag{1.32}$$

где $R_{я}$ — размер области взаимодействия ядерной и падающей частиц, а v — их относительная скорость.

Рассмотрим для определенности столкновение нуклона высокой энергии с нуклоном ядра. Тогда, приняв приближенно $R_{я} \approx 2$ *ферми*, получим в нерелятивистском случае

$$\tau_{в} \approx 10^{-22} E^{-1/2} \text{ сек}, \tag{1.33}$$

где E — кинетическая энергия относительного движения падающего и ядерного нуклонов, *Мэв*. Время, в течение которого происходит передача взаимодействия в ядре от нуклона к нуклону, т. е. время обмена импульсами между нуклонами ядра, оценим из соотношения

$$\tau_{я} \sim \hbar/\Delta E, \tag{1.34}$$

в котором ΔE — ширина дырочных возбуждений, возникающих при выбивании из ядер одиночных нуклонов (см. § 7). Для $\Delta E \sim 10$ *Мэв* находим из (1.33) и (1.34)

$$\tau_{в} \sim \tau_{я} . E^{-1/2}, \tag{1.35}$$

т. е. уже при энергии $E \sim 100$ *Мэв* $\tau_{в} \sim 0{,}1\ \tau_{я}$.

Теперь становится понятным, почему нижней границей области высоких энергий выбирают энергию около 100 *Мэв*. При меньших энергиях время взаимодействия становится сравнимым с временем обмена импульсами между нуклонами ядра, и одно из основных предположений модели прямого взаимодействия частиц высоких энергий с ядрами становится недействительным.

Рассматривая предположение о попарном взаимодействии падающей частицы с частицами ядра, мы видели, что оно может быть обосновано только в том случае, если средний пробег падающих частиц в ядерном веществе заметно больше среднего расстояния между соответствующими частицами ядра, т. е. если ядра обладают некоторой прозрачностью для частиц высоких энергий.

Требование прозрачности существенно не только для обоснования модели прямого взаимодействия, но и для ее экспериментальной проверки. Покажем это на примере падающего нуклона высокой энергии. Если бы средний пробег такого нуклона в ядерном веществе был меньше среднего расстояния между нуклонами в ядре, то при движении через ядро он бы взаимодействовал со всеми нуклонами, находящимися на пути его движения. В ядрах среднего атомного веса и тяжелых ядрах это привело бы к тому, что в подавляющем большинстве случаев нуклон растратил бы всю свою энергию, не выходя из ядра. То же самое произошло бы и с нуклонами отдачи. Следовательно, столкновение частицы с ядром привело бы к образованию возбужденного составного ядра, и процесс прямого взаимодействия удалось бы наблюдать только на самых легких ядрах.

Однако опыт показывает, что для нуклонов высоких энергий частичной прозрачностью обладают и средние, и тяжелые ядра. Это связано с тем, что средний пробег нуклонов в ядерном веществе сравним с размерами ядер.

§ 3. Угловая корреляция вылетающих протонов

Вследствие частичной прозрачности ядер для нуклонов высоких энергий с большой вероятностью должны наблюдаться процессы однократного рассеяния падающих нуклонов на нуклонах ядра. Характеристики вылетающих при этом из ядра нуклонов, в частности их угловые распределения, должны иметь много общего с соответствующими характеристиками свободных нуклонов, если, конечно, мо-

дель прямого взаимодействия правильно отражает наиболее существенные черты ядерных взаимодействий при высоких энергиях. Таким образом, анализ угловых распределений вылетающих протонов — один из способов проверки модели прямого взаимодействия.

Особый интерес представляет измерение функции угловой корреляции протонов, образующихся при бомбардировке ядер протонами высоких энергий. Угловая корреляция протонов, вылетающих в результате однократного рассеяния падающего протона, является следствием кинематических соотношений. Действительно, для свободных протонов закон сохранения импульса в лабораторной системе координат имеет вид:

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2, \tag{1.36}$$

где $\mathbf{p}_0$ — импульс падающего протона, а $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ — импульсы разлетающихся протонов. Из соотношения (1.36) следует, что

$$p_0^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 p_2 \cos \alpha_0, \tag{1.37}$$

где α_0 — угол между импульсами разлетающихся протонов. Закон сохранения энергии в рассматриваемом столкновении запишем в виде

$$E_0 = E_1 + E_2. \tag{1.38}$$

Здесь E — кинетическая энергия, а индексы 0, 1 и 2 имеют тот же смысл, что и в соотношении (1.36). В нерелятивистском случае

$$E_i = p_i^2/2M, \tag{1.39}$$

где $i = 0, 1, 2$, а M — масса протона. Подставляя p_i из последнего соотношения в (1.37) и учитывая (1.38), получаем, что

$$\cos \alpha_0 = 0, \quad \alpha_0 = \pi/2, \tag{1.40}$$

т. е. после столкновения две нерелятивистские частицы равной массы разлетаются во взаимно перпендикулярных направлениях.

В релятивистском случае кинетическая энергия связана с импульсом соотношением

$$p_i^2 c^2 = E_i^2 + 2E_i Mc^2, \tag{1.41}$$

где c — скорость света. Подставляя p_i из уравнения (1.41) в (1.37) и учитывая (1.38), можно выразить угол

α_0 через кинетические энергии E_i. Получающееся при этом громоздкое выражение можно значительно упростить, если $E_i \ll 2Mc^2$, т. е. если рассматривать частицы с энергиями порядка 100 *Мэв*. В этом случае угол α_0, очевидно, мало отличается от $\pi/2$. Представляя α_0 в виде $\alpha_0 = \pi/2 - \Delta\alpha$, где $\Delta\alpha$ — малый угол, и пренебрегая членами порядка $(E_i/2\ Mc^2)^2$, получаем

$$\alpha_0 \approx \pi/2\,(E_0/4Mc^2)\sin 2\Phi, \qquad (1.42)$$

где Φ — угол, под которым вылетает рассеивающийся нуклон (рис. 1). Сравнивая соотношения (1.40) и (1.42), видим, что учет релятивистских эффектов приводит к небольшому (при энергии $E_0 \sim 100$ *Мэв*) уменьшению угла разлета по сравнению $\alpha_0 = \pi/2$.

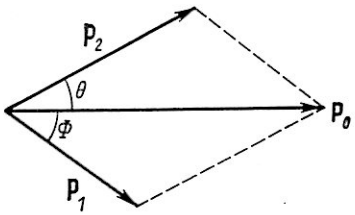


Рис. 1. Сохранение импульсов при столкновении свободных частиц.

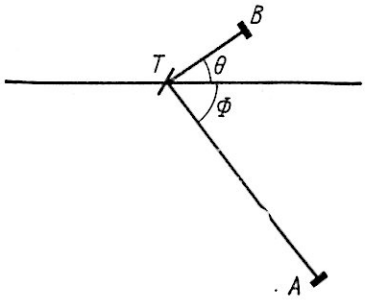


Рис. 2. Геометрия эксперимента при измерении функции угловой корреляции в опытах Чемберлена и Сегре.

Таким образом, согласно модели прямого взаимодействия следует ожидать, что при однократном рассеянии падающих протонов высокой энергии на ядерных протонах функция угловой корреляции вылетающих протонов будет иметь максимум вблизи угла разлета протонов, равного 90°.

Первые экспериментальные исследования функции угловой корреляции вылетающих протонов проводились Чемберленом и Сегре [12]. В их опытах литиевую мишень T толщиной 0,46 $г \cdot см^{-2}$ бомбардировали протонами с энергией 350 *Мэв*. По обе стороны от мишени в одной плоскости с пучком падающих протонов, под углами θ и Φ по отношению к нему, располагали два сцинтилляционных счетчика A и B (рис. 2). Импульсы со счетчиков поступали на схему совпадений с разрешающим временем около $4 \cdot 10^{-8}$ *сек*. Чтобы исключить случайные совпадения, скорость счета

совпадений для всех измерений экстраполировали к нулю. Процедура экспериментальных измерений заключалась в следующем. Счетчик A закрепляли под определенным углом Φ и измеряли зависимость скорости счета совпадений от угла θ, под которым устанавливали второй счетчик B.

Зависимость скорости счета совпадений от угла $\alpha = \theta + \Phi$ показана на рис. 3 для $\Phi = 30^\circ$ (*а*) и $\Phi = 45^\circ$ (*б*). Треугольниками на рис. 3 показаны аппаратурные кривые углового разрешения, рассчитанные с учетом располо-

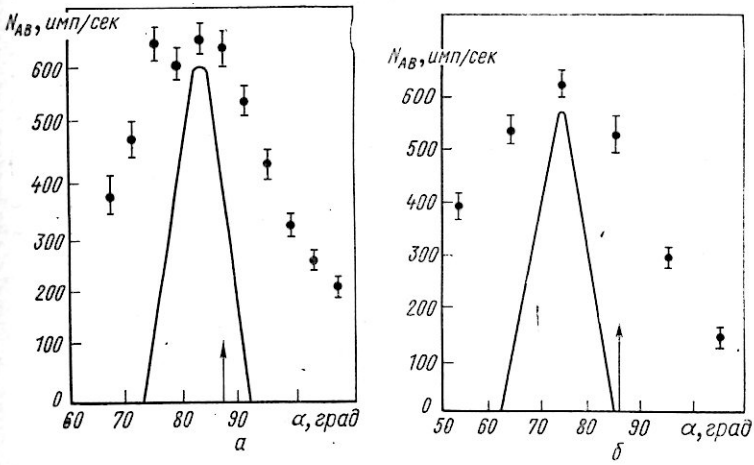


Рис. 3. Зависимость скорости счета совпадений N_{AB} от угла между импульсами вылетающих протонов $\alpha = \theta + \Phi$. Стрелками показаны углы рассеяния на неподвижном свободном протоне.

жения и размеров использовавшихся в эксперименте детекторов. Разрешение определялось в экспериментах со свободным p — p-рассеянием. Специальными опытами было доказано, что форма кривых угловой корреляции не зависит от ориентации плоскости, в которой расположены счетчики (при условии сохранения компланарности с пучком).

Из рис. 3, *а*, *б* видно, что функция угловой корреляции имеет отчетливый максимум. Однако форма и положение максимума отличаются от того, что следовало бы ожидать при рассеянии на неподвижных свободных протонах: максимум значительно шире и смещен в область углов, меньших α_0. Уширение максимума и его смещение можно качественно объяснить тем, что протоны в ядре движутся и

находятся в связанном состоянии. Чем больше средний импульс нуклонов в ядре и чем больше их энергия связи, тем шире должен быть максимум функции угловой корреляции и тем больше он должен быть смещен относительно угла α_0.

Таким образом, опыты Чемберлена и Сегре дали качественное подтверждение модели прямого взаимодействия и показали, что, измеряя кинематические характеристики вылетающих протонов, можно получать сведения о свойствах ядер, в частности об импульсных распределениях протонов в ядрах и их энергиях связи.

Однако для количественного анализа данных, полученных при изучении процессов однократного рассеяния нуклонов высоких энергий на ядерных нуклонах, необходимо было разработать достаточно простой и в то же время достаточно корректный метод расчета. В силу относительной простоты процесса однократного рассеяния можно было надеяться, что при расчете удастся достаточно полно учесть квантовомеханические свойства взаимодействующих объектов. Такой квантовомеханический вариант модели прямого взаимодействия, разработанный Чу [8, 9], получил название *импульсного приближения*.

§ 4. Импульсное приближение, плоские волны

Точное решение задачи о ядерных расщеплениях (см. § 1) связано с нахождением матричного элемента (1.20). Одним из приближенных методов решения задачи является замена в соотношении (1.20) решения ψ_a на Φ_a. Тогда

$$T_{ba} = (\Phi_b, \hat{V}_b \Phi_a). \tag{1.43}$$

Это так называемое *борновское приближение*. Однако борновское приближение применимо лишь в том случае, когда энергию взаимодействия можно рассматривать как малое возмущение. В случае же сильного взаимодействия падающих частиц с частицами ядра это приближение неприменимо, и для описания процесса взаимодействия используется более близкий к действительности метод импульсного приближения. В этом методе взаимодействие падающей частицы с ядром рассматривают как процесс рассеяния на частицах ядра и используют следующие упрощающие предположения.

1. Считают, что операторы взаимодействия падающей частицы с ядром и продуктов реакции равны друг другу, т. е.

$$\hat{V}_a = \hat{V}_b = \hat{V} \quad \text{и} \quad \hat{H}_a = \hat{H}_b = \hat{H}_0. \tag{1.44}$$

Равенства (1.44) ограничивают область применимости импульсного приближения простейшим случаем однократного столкновения падающей частицы с одной из частиц ядра. В соответствии с условиями (1.44) операторное уравнение для оператора рассеяния $\hat{T}$ (1.19) запишем в виде

$$\hat{T} = \hat{V} + \hat{V}\left(E - \hat{H}_0 + i\eta\right)^{-1} \hat{T}. \tag{1.45}$$

Это уравнение обычно записывают в несколько иной форме:

$$\hat{T} = \hat{V} + \hat{V}\left(E - \hat{H} + i\eta\right)^{-1} \hat{V}, \tag{1.46}$$

где $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$. В тождественности последних двух соотношений нетрудно убедиться, приравняв правые части равенств. В результате получается выражение (1.45).

2. Предполагают, что оператор рассеяния частицы на ядре можно представить в виде суммы операторов рассеяния этой же частицы на свободных частицах ядра — $\hat{t}^{(\alpha)}$:

$$\hat{T} = \sum_{\alpha=1}^{n_a} \hat{t}^{(\alpha)}. \tag{1.47}$$

Здесь суммирование происходит по всем одинаковым частицам ядра, выбивание которых приводит к переходу $\Phi_a \to \Phi_b$.

Соотношение (1.47), как нетрудно видеть, — это квантовомеханическая трактовка основного предположения модели прямого взаимодействия о попарном квазисвободном взаимодействии падающей частицы с частицами ядра. Разумеется, более точным было бы такое решение задачи, в котором вместо оператора рассеяния падающей частицы на свободных частицах t использовался бы оператор рассеяния на связанных частицах τ. Очевидно, эти операторы не равны:

$$\tau = t + \Delta\tau. \tag{1.48}$$

Однако оценка показывает [13], что

$$\Delta\tau/\tau \sim \overline{K}/E, \tag{1.49}$$

где $\overline{K}$ — средняя кинетическая энергия частиц в ядре, а E — энергия падающей частицы. Поэтому, например,

для нуклон-нуклонных взаимодействий в ядре при $E > 100$ *Мэв* и $\bar{K} = 20$ *Мэв* отношение $(\Delta\tau/\tau) \sim 0{,}2$.

Процесс квазисвободного выбивания частиц из ядра является неупругим, и, следовательно, волны, соответствующие падающей и рассеянным частицам некогерентны. Пренебрегая интерференцией волн, рассеянных различными частицами ядра, можно записать

$$|T_{ba}|^2 = \sum_{\alpha=1}^{n_a} |t_{ba}^{(\alpha)}|^2. \qquad (1.50)$$

Представление оператора рассеяния частицы на ядре в виде суммы операторов рассеяния на свободных частицах

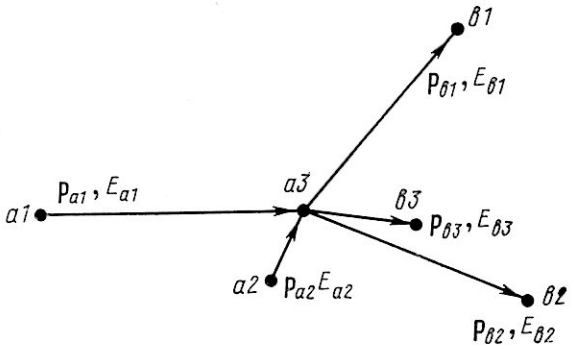


Рис. 4. Схема реакции квазисвободного выбивания частицы из ядра.

позволяет выразить сечения простейших реакций, сопровождающихся выбиванием одной частицы, через сечения столкновения свободных частиц и ядерный матричный элемент, учитывающий структуру ядра.

Рассмотрим основные этапы этого расчета. Используем введенные ранее [см. § 1, формулу (1.21)] обозначения динамических переменных частиц, участвующих в реакции. Пусть $n = 1, 2, 3$ соответствует падающей частице, выбиваемой ядерной частице и ядру. В принятых обозначениях процесс квазисвободного выбивания частицы из ядра выглядит следующим образом (рис. 4). На ядро *а3*, которое неподвижно в лабораторной системе координат, падает частица *а1*. В ядре она сталкивается с частицей *а2*. После столкновения частицы *а1* и *а2* вылетают из ядра. При этом их

обозначения меняются на $b1$ и $b2$. Ядро $b3$, образовавшееся в результате взаимодействия, имеет новый состав, а также приобретает некоторый импульс и энергию возбуждения.

Законы сохранения энергии и импульса для рассматриваемого процесса запишем в следующем виде:

$$E_{a1}^{(\text{п})} + E_{a3}^{(\text{п})} = E_{b1}^{(\text{п})} + E_{b2}^{(\text{п})} + E_{b3}^{(\text{п})}, \tag{1.51}$$

$$\mathbf{p}_{a1} + \mathbf{p}_{a3} = \mathbf{p}_{b1} + \mathbf{p}_{b2} + \mathbf{p}_{b3}. \tag{1.52}$$

Преобразуем эти соотношения. Для этого предположим, что в процессе столкновения внутренние состояния падающей и вылетающих частиц не меняются. Для падающей частицы это означает, что

$$E_{0a1} = E_{0b1}. \tag{1.53}$$

Выбиваемая частица в процессе столкновения не возбуждается, следовательно:

$$E_{b2}^{(\text{п})} = E_{b2} + E_{0b2}. \tag{1.54}$$

Выразим в (1.51) полную энергию через кинетическую энергию и энергию покоя $E_{ej}^{(\text{п})} = E_{ej} + E_{0ej}$. Учитывая соотношения (1.53) и (1.54), получаем

$$E_{a1} = E_{b1} + E_{b2} + E_{b3} + \varepsilon_{a2}, \tag{1.55}$$

где

$$\varepsilon_{a2} = E_{0b3} + E_{0b2} - E_{0a3} \tag{1.56}$$

— энергия связи частицы $a2$ в ядре $a3$. Кроме того, предположим, что в законах сохранения можно пренебречь эффектами преломления и торможения вылетающих частиц в ядерном веществе. Тогда импульс конечного ядра должен быть равен по величине и противоположен по направлению импульсу, который выбиваемый нуклон имел в ядре до столкновения:

$$\mathbf{p}_{a2} = -\mathbf{p}_{b3}. \tag{1.57}$$

Учитывая также, что в лабораторной системе координат $\mathbf{p}_{a3} = 0$, закон сохранения импульса (1.52) записываем в виде

$$\mathbf{p}_{a1} + \mathbf{p}_{a2} = \mathbf{p}_{b1} + \mathbf{p}_{b2}. \tag{1.58}$$

Зададим теперь начальные и конечные состояния системы. Для упрощения расчетов предположим, что падающая и вылетающая частицы до и после столкновения друг

с другом с ядром не взаимодействуют. Это значит, что волновые функции их движения можно записать в виде плоских волн

$$\varphi_{ej} = \exp(i\mathbf{k}_{ej}\,\mathbf{r}_{ej}). \qquad (1.59)$$

Метод расчета, в котором оператор рассеяния частицы на ядре записывается в виде суммы операторов рассеяния на свободных частицах, а волновые функции движения падающей и вылетающих частиц представляются плоскими волнами, получил в литературе название импульсного приближения с плоскими волнами. Итак, в импульсном приближении с плоскими волнами волновые функции начального и конечного состояний представим в виде:

$$\Phi_a = \exp(i\,\mathbf{k}_{a1}\,\mathbf{r}_{a1})\,\varphi^0_{a1}\,\Psi_{a3}, \qquad (1.60)$$

$$\Phi_b = \exp(i\mathbf{k}_{b1}\,\mathbf{r}_{b1})\,\varphi^0_{b1}\exp(i\mathbf{k}_{b2}\,\mathbf{r}_{b2})\,\varphi^0_{b2}\,\Psi_{b3}, \qquad (1.61)$$

где φ^0_{ej} — внутренние волновые функции соответствующих частиц, а Ψ_{a3} и Ψ_{b3} — волновые функции ядра в начальном и конечном состояниях.

Легко показать (см. Приложение 1), что в импульсном приближении с плоскими волнами матричный элемент t_{ba}, описывающий взаимодействие падающей частицы с одной частицей ядра, можно выразить с помощью матричного элемента рассеяния на соответствующей свободной частице t^0_{ba} и матричного элемента ядра $M_{ba}(\mathbf{k}_{a2})$:

$$t_{ba} = t^0_{ba}\,M_{ba}(\mathbf{k}_{a2}). \qquad (1.62)$$

Матричный элемент ядра имеет вид

$$M_{ba}(\mathbf{k}_{a2}) = (1/(2\pi)^{3/2})\int \exp(-i\mathbf{k}_{a2}\,\mathbf{r}_{a2})\,\varphi^{0*}_{a2}(\xi_{a2})\times$$
$$\times\,\Psi_{b3}(\xi_{b3})\,\Psi_{a3}(\xi_{b3};\,\xi_{a2}\,\mathbf{r}_{a2},)\,d\xi_{b3}\,d\xi_{a2}\,d^3\mathbf{r}_{a2}. \qquad (1.63)$$

Интегрирование здесь проводят по всем координатам, определяющим состояние частицы $a2$ $(\xi_{a2}, \mathbf{r}_{a2})$ и ядра (ξ_{b3}).

Используя соотношение (1.62), а также связь между сечением взаимодействия и матричным элементом оператора рассеяния [см. соотношение (1.22)], можно выразить полное сечение квазисвободного выбивания одной частицы из ядра через сечение столкновения свободных частиц. Для этого запишем сначала выражение для полного сечения квазисвободного выбивания одной частицы $a2$ из ядра $a3$, счи-

тая, что в формуле (1.22) $n = 3$, и используя соотношения (1.50) и (1.62):

$$\sigma_{b1,\ b2,\ b3}^{a1,\ a3} = (2\pi)^4 \nu_a \sum_{a,\ b} \int |t_{ba}^0|^2 |M_{ba}(\mathbf{k}_{a2})|^2 \times$$
$$\times B(a1, a3)\, \delta(\varepsilon_3)\, \delta(\pi_3)\, d^3 k_{b1}\, d^3 k_{b2}\, d^3 k_{b3}. \qquad (1.64)$$

Здесь в соответствии с соотношениями (1.25), (1.26), (1.55) и (1.58):

$$\varepsilon_3 = E_{b1} + E_{b2} + E_{b3} + \varepsilon_{a2} - E_{a1}, \qquad (1.65)$$

а

$$\pi_3 = \mathbf{p}_{a1} + \mathbf{p}_{a2} - \mathbf{p}_{b1} - \mathbf{p}_{b2}. \qquad (1.66)$$

Для сечения столкновения свободных частиц $a1$ и $a2$ с помощью (1.22) получаем следующее выражение:

$$\sigma_{b1,\ b2}^{a1,\ a2} = (2\pi)^4 \int |t_{ba}^0|\, B(a1, a2)\, \delta(\varepsilon_2)\, \delta(\pi_2)\, d^3 k_{b1}\, d^3 k_{b2}, \qquad (1.67)$$

где

$$\varepsilon_2 = E_{b1} + E_{b2} - E_{a1}, \qquad (1.68)$$

а

$$\pi_2 = \pi_3. \qquad (1.69)$$

Сравнивая (1.64) и (1.67), видим, что подынтегральные выражения, зависящие от $\mathbf{k}_{b1}$ и $\mathbf{k}_{b2}$, отличаются только кинематическими множителями B и аргументами в δ-функции от энергии.

Пренебрегая в ε_3 суммой энергии связи выбиваемого нуклона и кинетической энергии ядра отдачи (поскольку $E_{b3} + \varepsilon_{a2} \ll E_{a1}$), считаем, что

$$\varepsilon_3 \approx \varepsilon_2. \qquad (1.70)$$

В этом случае выражение (1.64) с учетом (1.67) перепишем в следующем виде:

$$\sigma_{b1,\ b2,\ b3}^{a1,\ a3} \nu_{a'} \sum_{a',\ b'} \int \frac{B(a1, a3)}{B(a1, a2)} |M_{ba}(\mathbf{k}_{a2})|^2 \sigma_{b1,\ b2}^{a1,\ a2} d^3 k_{b3}. \qquad (1.71)$$

Для дальнейших расчетов упростим (1.71), положив

$$\sigma_{b1,\ b2,\ b3}^{a1,\ a3} = \sigma_{123};\ B(a1, ai) = B_{1i}\ (i = 2, 3);\ \mathbf{k}_{b3} = \mathbf{k}_3;$$
$$\mathbf{k}_{a2} = \mathbf{k}_2 = -\mathbf{k}_3;\ |M_{ba}(\mathbf{k}_{a2})|^2 = |M_{ba}(\mathbf{k}_2)|^2;\ \sigma_{b1,\ b2}^{a1,\ a2} = \sigma_{12}.$$

Тогда

$$\sigma_{123} = v_{a'} \sum_{a', b'} \int (B_{13}/B_{12})\, M_{ba}(\mathbf{k}_2)|^2\, \sigma_{12}\, d^3 k_3. \quad (1.72)$$

Здесь σ_{123} — полное сечение квазисвободного выбивания частицей 1 частицы 2 из ядра 3; $v_{a'} \sum_{a', b'}$ — знак усреднения по состояниям поляризации в начальном состоянии и суммирования по состояниям поляризации в конечном состоянии (с учетом возможного усреднения и суммирования по состояниям поляризации в сечении столкновения свободных частиц); B_{1i} $(i = 2, 3)$ — кинематические множители, причем

$$B_{1i} = \{(\mathbf{v}_{a1} - \mathbf{v}_{ai})^2 - c^{-2}[\mathbf{v}_{a1} \times \mathbf{v}_{ai}]^2\},$$

где $\mathbf{v}_{a1}$ — скорость падающей частицы, а $\mathbf{v}_{ai}$ — частиц, с которыми происходит столкновение; $M_{ba}(\mathbf{k}_2)$ — матричный элемент ядра, определяемый соотношением (1.63); σ_{12} — полное сечение столкновения свободных частиц 1 и 2.

В этом выражении при усреднении по поляризациям начального состояния и суммировании по поляризациям конечного состояния необходимо учитывать, в каком виде (для поляризованных или неполяризованных частиц) используется сечение столкновения свободных частиц.

Из общего выражения (1.72) для полного сечения квазисвободного выбивания одной частицы из ядра можно получить различные дифференциальные характеристики этого процесса.

§ 5. Энергетические спектры протонов. Импульсные распределения нуклонов в ядрах

Если падающий нуклон рассеивается на неподвижном, то его энергия под данным углом однозначно определяется законами сохранения энергии и импульса. При столкновении с комплексом движущихся нуклонов спектральная линия должна, очевидно, превратиться в энергетический спектр, форма которого зависит от импульсного распределения нуклонов.

Рассмотрим количественно, в какой мере эти рассуждения применимы к процессу квазисвободного столкновения протонов с нуклонами ядер и какие при этом могут быть по-

лучены сведения об импульсных распределениях нуклонов в ядрах.

Выражение для дифференциального сечения квазисвободного однократного столкновения с нуклоном ядра, в результате которого падающий протон 1 рассеивается в телесный угол $d\Omega_{b1}$ и попадает в интервал кинетической энергии dE_{b1}, можно получить из выражения для полного сечения (1.72). Для этого нужно в соотношении (1.72) выразить $\mathbf{k}_3$ через $E_{b1}\,0_{b1}$ и 0_{b3}, используя законы сохранения (1.55) и (1.58). Если для упрощения расчетов пренебречь энергией связи выбиваемого нуклона в ядре (т. е. положить $\varepsilon_{a2} = 0$), а от эффективного сечения нуклон-нуклонных столкновений σ_{12} в лабораторной системе координат перейти к эффективному сечению σ'_{12} в системе центра масс падающего и выбиваемого из ядра нуклона, то после довольно громоздких расчетов можно прийти к следующему результату, впервые полученному в работе [14]:

$$\frac{d^2\sigma_{123}}{dE_{b1}\,d\Omega_{b1}} = \frac{v_{a'}}{p_{a1}\,\Delta p_1}\sum_{a',b'}\int_{p_{2m}}^{\infty}\int_{0}^{2\pi}\frac{E_c^2}{E_2}\times$$

$$\times\frac{d\sigma'_{12}}{d\Omega'_{b_1}}\,|\,M_{ba}(\mathbf{p}_2)\,|^2\,p_2\,dp_2\,d\varphi'. \qquad (1.73)$$

Здесь φ' — азимутальный угол в сферической системе координат, направление полярной оси которой совпадает с направлением передаваемого импульса $\Delta\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_{a1} - \mathbf{p}_{b1}$ ($\mathbf{p}_{a1}$ и $\mathbf{p}_{b1}$ — импульсы протона до и после столкновения); $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_{a2} = -\mathbf{p}_3 = \hbar\,\mathbf{k}_{a2} = -\hbar\mathbf{k}_3$ — импульс выбиваемого нуклона в ядре; $E_2^{\,2} = p_2^{\,2}c^2 + M^2c^4$ (M — масса выбиваемого из ядра нуклона); E_c — полная энергия падающего и выбиваемого нуклона; p_{2m} — нижний предел интегрирования, определяемый из кинематических соображений [14].

В нерелятивистском случае выражение для сечения квазисвободного столкновения принимает вид [15]

$$\frac{d^2\,\sigma_{123}}{dE_{b1}\,d\Omega_{b1}} = \frac{8\pi M p_{b1}}{p_{a1}\,\Delta p_1}\,v_{a'}\sum_{a',b'}\int_{p_{2m}}^{\infty}\frac{d\sigma'_{12}}{d\Omega'_{b1}}\times$$

$$\times\,|\,M_{ba}(\mathbf{p}_2)|^2\,p_2\,dp_2. \qquad (1.74)$$

Из (1.73) и (1.74) следует, что энергетические спектры протонов, испытавших квазисвободное столкновение с ну-

клонами ядра, зависят от матричного элемента ядра $M_{ba}(\mathbf{p}_2)$. Таким образом, зная экспериментальные спектры, можно получить сведения о волновой функции ядра.

В импульсном приближении с плоскими волнами и в упрощенной одночастичной оболочечной модели квадрат модуля ядерного матричного элемента, как нетрудно показать, пропорционален плотности импульсного распределения выбиваемого нуклона (см. Приложение 2). Если состояние выбиваемого нуклона в ядре характеризовать квантовыми числами полного, орбитального и спинового моментов количества движения $\mathcal{J}_{a2}$, l_{a2} и s_{a2} и их проекциями (M_{a2}, m_{a2}, σ_{a2}), то для такого нуклона (см. П. 2)

$$|M_{ba}(\mathbf{p}_2)|^2 = |c(\mathcal{J}_{b3}\mathcal{J}_{a2}M_{b3}M_{a2};\ \mathcal{J}_{a3}M_{a3})|^2 \times$$
$$\times |c(l_{a2}s_{a2}m_{a2}\sigma_{a2};\ \mathcal{J}_{a2}M_{a2})|^2 \cdot \mathcal{G}_{l_{a2}m_{a2}}(\mathbf{p}_2). \qquad (1.75)$$

Здесь c — коэффициенты векторного сложения, в которых индексы при квантовых числах моментов количества движения и их проекциях имеют тот же смысл, что и в соотношении (1.21), а

$$\mathcal{G}_{l_{a2}m_{a2}}(\mathbf{p}_2) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3}\left|\int \exp(\mathrm{i}/\hbar\,\mathbf{p}_2\mathbf{r}_2)\,\Phi_{l_{a2}m_{a2}}(\mathbf{r}_2)\,d^3\mathbf{r}_2\right|^2 \qquad (1.76)$$

— плотность импульсного распределения нуклона с орбитальной волновой функцией $\Phi_{l_{a2}m_{a2}}(\mathbf{r}_2)$.

Экспериментально измеряемый под данным углом энергетический спектр протонов является суперпозицией спектров, соответствующих выбиванию нуклонов с различными, допустимыми для данного ядра, значениями квантовых чисел. Подставив в (1.73) и (1.74) выражение для матричного элемента ядра (1.75), просуммировав по всем состояниям поляризации в конечном состоянии и по всем A нуклонам ядра, а также усреднив по поляризациям в начальном состоянии, можно выразить усредненный энергетический спектр протонов через усредненное импульсное распределение нуклонов в ядре $\overline{\mathcal{G}}(p_2)$

$$\left(\frac{\overline{d^2\sigma_{123}}}{dE_{b1}\,d\Omega_{b1}}\right) = \frac{1}{(p_{a1}\Delta p_1)}\sum_{i=1}^{A}\int_{p_{2m}}^{\infty}\int_{0}^{2\pi}\frac{E^2c}{E_2}\cdot\frac{d\sigma_{12}^{\prime(i)}}{d\Omega_{b1}'}\times$$
$$\overline{\mathcal{G}}(p_2)\,p_2\,dp_2\,d\varphi'. \qquad (1.77)$$

Индекс (i) у знака сечения в этом выражении показывает зависимость сечения от типа столкновения (p, p) или (p, n).

Энергетические спектры протонов, сопровождающих процесс квазисвободного выбивания, исследовались в работах [14—16]. Рассмотрим опыты М. Г. Мещерякова [17, 18], выполненные на синхроциклотроне в ОИЯИ. В экспериментах использовался пучок неполяризованных протонов с энергией около 661 *Мэв* (неопределенность в энергии первичного пучка составляла около 1%) и плотностью потока $3 \cdot 10^9$ *протон* $\cdot$ *см*$^{-2}$ $\cdot$ *сек*$^{-1}$. Мишенями служили химически

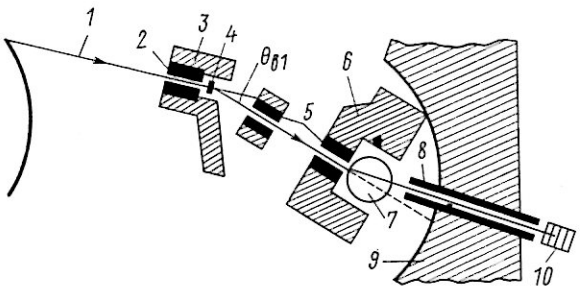


Рис. 5. Схема магнитного спектрометра для измерения энергетических спектров вторичных частиц.

чистые пластины из Be, C, Cu и U площадью 2,5·1 *см*^{2} и толщиной соответственно 3,26; 1,09; 3,45 и 7,62 *г*$\cdot$*см*$^{-2}$. Схема экспериментального устройства показана на рис. 5. Пучок протонов *1*, прошедший через коллиматор *2*, попадал на окруженную защитой *3* мишень *4*. Вторичные частицы, вылетевшие из мишени под углом θ_{61}, пропускались через коллиматоры *5* и отклонялись магнитом *7*, который также был окружен специальной защитой *6*. Напряженность поля в отклоняющем магните измерялась по методу ядерного магнитного резонанса с точностью около 0,2% и с такой же точностью поддерживалась с помощью электронного стабилизатора. Прошедшие между полюсами магнита и отклонившиеся под данным углом частицы (величина угла отклонения составляла около 19°) пропускались через коллиматор *8* и регистрировались телескопом счетчиков *10*.

Телескоп помещали за мощной защитой *9*. Он состоял из четырех сцинтилляционных счетчиков, включенных в схему тройных и четверных совпадений. Порог телескопа был ра-

вен 60 *Мэв*, а эффективность во всем интервале измеряемых энергий была практически равна 100%. Угол рассеяния частиц на мишени 0_{b1} изменялся от 7 до 40°. Угловое разрешение спектрометра составляло $\pm 0{,}4°$ при $0_{b1} < 24°$ и $\pm 0{,}8°$ при $0_{b1} > 24°$. Разрешение по импульсам составляло примерно 3%.

На рис. 6 энергетические спектры протонов, полученные для Be и C под углом рассеяния $0_{b1} = 30°$, сравниваются с расчетами по формуле (1.77). Кривые *1—3* соответствуют гауссовой плотности импульсного распределения нуклонов в ядрах Be и C:

$$\mathcal{G}(p_2) \sim \exp(-p_2^2/p_{20}^2) = \exp(-E_2/E_{20}), \qquad (1.78)$$

где $E_2 = p_2^2/2M$, $E_{20} = p_{20}^2/2M$, причем $E_{20} = 16$, 18 и 22 *Мэв* для кривых *1*, *2* и *3* соответственно. Кривые *4* и *5* рассчитаны для импульсного распределения, представляющего сумму двух гауссовых распределений:

$$\mathcal{G}(p_2) \sim \exp(-E_2/E_{21}) + \alpha \exp(-E_2/E_{22}), \qquad (1.79)$$

где $E_{21} = 16$ *Мэв*, $E_{22} = 50$ *Мэв*, $\alpha = 0{,}06$ для кривой *4* на рис. 6, *а*; $E_{21} = 16$ *Мэв*, $E_{22} = 50$ *Мэв*, $\alpha = 0{,}09$ для кривой *4* на рис. 6, *б* и $E_{21} = 7$ *Мэв*, $E_{22} = 50$ *Мэв* и $\alpha = 0{,}15$ для кривой *5* на рис. 6, *б*.

Поскольку в расчетах не учитывалась энергия связи выбиваемых нуклонов в ядре, теоретические кривые перед нанесением на график были сдвинуты в область меньших энергий на величину около 30 *Мэв*.

Сравнение расчетов с экспериментом показывает, что в области энергий рассеянных протонов, бо́льших 400 *Мэв*, экспериментальные данные удовлетворительно согласуются с расчетами, в которых использовано однопараметрическое гауссово импульсное распределение с параметром $E_{20} \approx 18 \div 20$ *Мэв*. Несколько лучшее согласие в случае углерода наблюдается для трехпараметрического импульсного распределения с параметрами $E_{21} = 16$ *Мэв*, $E_{22} = 50$ *Мэв* и $\alpha \approx 0{,}09$.

Результаты рассмотренной работы находятся в хорошем согласии с результатами других работ [15, 16], в которых для гауссовой плотности импульсного распределения вида (1.79) получена величина параметра $E_{20} = 14 \div 19$ *Мэв*.

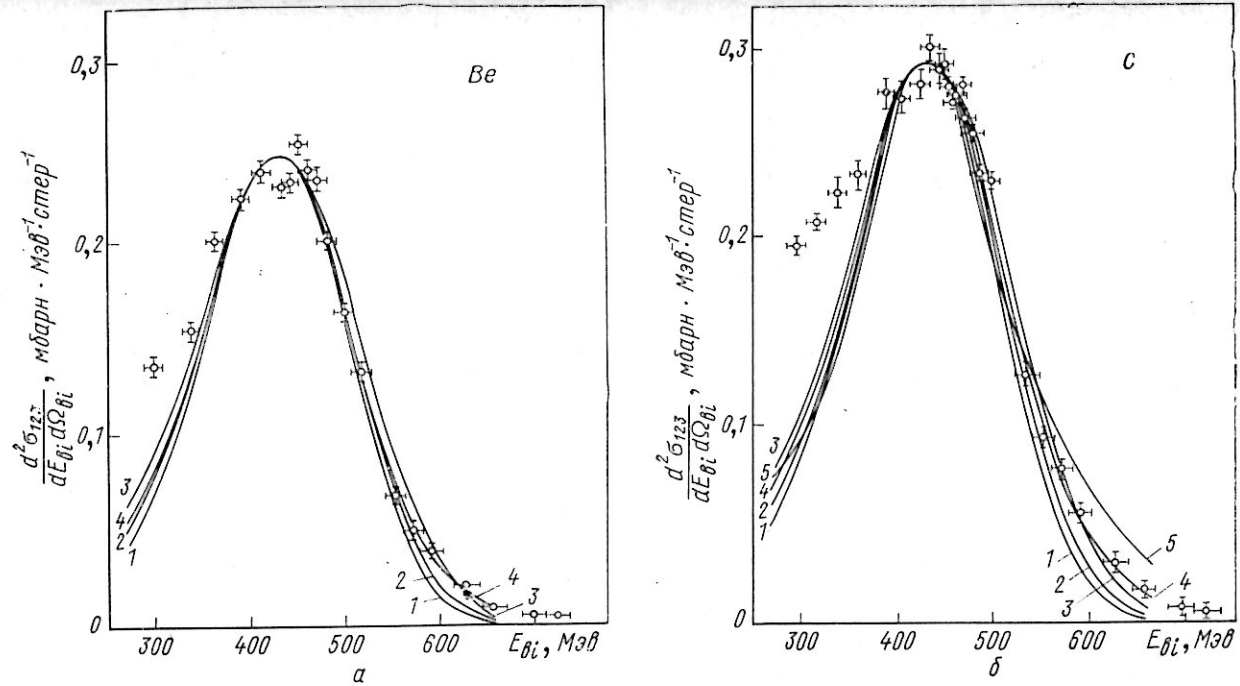


Рис. 6. Энергетические спектры протонов, образующихся при взаимодействии протонов с энергией 661 *Мэв* с ядрами Be (*а*) и C (*б*). По оси ординат отложено дифференциальное эффективное сечение, по оси абсцисс — энергия вторичных протонов:

1 — 5 — теоретические кривые, точки — результаты эксперимента.

Исследования энергетических спектров протонов — важный этап в развитии ядерной физики высоких энергий. Однако при интерпретации полученных результатов встречаются трудности, связанные, во-первых, с тем, что в этих исследованиях недостаточно строго идентифицировался акт однократного квазисвободного рассеяния. Если в области энергий, близких к энергии падающей частицы, такая идентификация следует из энергетических соображений, то по мере уменьшения энергии рассеянного протона в энергетическом спектре начнут появляться протоны, испытавшие в ядре несколько столкновений (что хорошо видно на рис. 6). Во-вторых, в этих исследованиях не идентифицировалась энергия связи выбиваемого нуклона. Поэтому энергетический спектр — суперпозиция спектров, образующихся при рассеянии падающего протона на нуклонах ядра с различными энергиями связи. Очевидно, волновые функции этих нуклонов могут существенно отличаться друг от друга, и сведения об усредненном импульсном распределении не являются достаточно хорошей базой для дальнейшего теоретического анализа.

Наконец, сам метод импульсного приближения с плоскими волнами, является также весьма несовершенным. Прямая связь между спектрами и импульсным распределением нуклонов в ядрах в этом методе получается вследствие того, что не учитывается искажение плоских волн, соответствующих падающим частицам, — их преломление и поглощение. Учет искажения приводит к тому, что связь между спектрами и импульсным распределением становится гораздо более сложной.

Отмеченные недостатки удалось в значительной мере преодолеть в методе исследований реакций (p, $2p$) на совпадения, а также в методе измерения энергетических и угловых распределений радиоактивных ядер отдачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Muller C. Mat.-fys. medd. Kgl. Danske vid. selskab. **23**, No. 1 (1945).
2. Lippman B., Schwinger J. Phys. Rev., **79**, 469 (1950).
3. Gell-Man M., Goldberger M. L. Phys. Rev., **91**, 398 (1953).
4. Давыдов А. С. Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.
5. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. Перев. с англ. М., «Мир», 1967.
6. Serber R. Phys. Rev., **72**, 1114 (1947).

7. Goldberger M. L. Phys. Rev., **74**, 1269 (1948).
8. Chew G. F., Goldberger M. L. Phys. Rev., **77**, 470 (1950).
9. Chew G. F., Wick G. C. Phys. Rev., **85** 636 (1952).
10. Watson K. M. Rev. Mod. Phys., **30**, 565 (1958).
11. Van der Vegt A., Jonker C. C. Physica, **23**, 359 (1957).
12. Chamberlain O., Segre E. Phys. Rev., **87**, 81 (1952).
13. Kerman A. K. et al. Ann. Phys., **8**, 551 (1959).
14. Azghirey L. S. et al. Nucl. Phys., **13**, 258 (1959).
15. Wolf P. A. Phys. Rev., **87**, 434 (1952).
16. Cladis Y. B. et al. Phys. Rev., **87**, 425 (1952).
17. Мещеряков М. Г. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **33**, 1185 (1957).
18. Мещеряков М. Г. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ.» **34**, 1357 (1958); **36**, 1631 (1959).

ГЛАВА 2

ПРОСТЕЙШИЕ РЕАКЦИИ $(p, 2p)$ (p, pn)

§ 6. Измерение энергии протонов в реакциях $(p, 2p)$. Энергии связи протонов в ядрах

Реакцией $(p, 2p)$ принято называть процесс однократного квазисвободного рассеяния падающего протона на одном из протонов ядра*. Очевидно, партнерами по столкновению в этом процессе могут быть протоны ядра с различной величиной энергии связи. Чтобы выделить взаимодействие падающего протона с протонами ядра, имеющими определенную энергию связи, авторы работ [1—3] предложили измерять суммарную энергию образующихся в реакции $(p, 2p)$ протонов:

$$E_{b12} = E_{b1} + E_{b2}. \tag{2.1}$$

Поскольку энергия падающего на ядро протона E_{a1} известна, то, как следует из закона сохранения энергии (1.55), фиксированному значению суммарной энергии вылетевших протонов E_{b12} с точностью до кинетической энергии ядра отдачи E_{b3} соответствует определенное значение абсолютной величины энергии связи выбитого протона (рис. 7):

$$\varepsilon_{a2} = E_{a1} - E_{b12} - E_{b3}. \tag{2.2}$$

Кинетическую энергию ядра отдачи можно найти с помощью закона сохранения импульса [см. формулы (1.57) и (1.58)]

$$E_{b3} \approx p_{b3}^2/2M_{b3}, \tag{2.3}$$

где M_{b3} — масса ядра отдачи, а импульс $p_{b3} = |\mathbf{p}_{a1} - \mathbf{p}_{b1} - \mathbf{p}_{b2}|$. Подбором специальной геометрии эксперимента кинетическую энергию ядра отдачи можно сделать очень малой. В частности, если выбрать симметричную

* Нетрудно заметить условность принятой терминологии: после вылета партнеров по столкновению ядро отдачи может оказаться в возбужденном состоянии и испустить еще несколько частиц.

геометрию, в которой углы разлета протонов равны $\theta_{b1} = \theta_{b2}$ (рис. 8), то из закона сохранения импульса (1.52) следует, что импульс ядра отдачи направлен по пучку па-

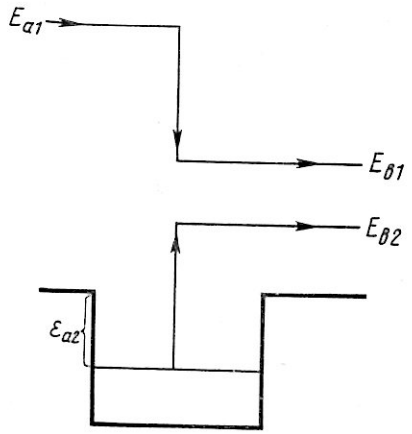


Рис. 7. Энергетическая диаграмма реакции $(p, 2p)$.

дающих протонов, а его абсолютная величина равна

$$p_{b3} = 2p_{b1}\cos\theta_{b1} - p_{a1}. \qquad (2.4)$$

Очевидно, импульс p_{b3} очень мал, если $2p_{b1}\cos\theta_{b1} - p_{a1} \approx 0$, т. е. при

$$\cos\theta_{b1} \approx p_{a1}/2p_{b1}. \qquad (2.5)$$

Таким образом, можно считать, что в случае симметричной геометрии

$$\varepsilon_{a2} \approx E_{a1} - E_{b12} \qquad (2.6)$$

с тем большей точностью, чем точнее выполняется соотношение (2.5).

Приведенные выше очень простые рассуждения, в которых используются только законы сохранения энергии и импульса, показывают, что измерение суммарной энергии вылетевших протонов эквивалентно измерению энергии связи выбитого протона. Чтобы выделить пары протонов, соответствующие актам однократного квазисвободного рассеяния, нужно использовать два детектора, включенных на совпадения. Очевидно, скорость счета совпадений вылетающих протонов пропорциональна числу протонов в ядре с данной энергией связи, а зависимость скорости счета совпадений от

суммарной энергии определяется функцией распределения протонов в ядре по энергиям связи. Чтобы из экспериментально измеренной кривой совпадений найти функцию распределения протонов в ядре по энергиям связи, необходимо использовать дополнительные сведения о структуре ядра и механизме взаимодействия. Однако средние значения энергий связи, вокруг которых группируется основная часть ядерных уровней, можно получить из реакций $(p, 2p)$ непосредственно по положению максимумов в кри-

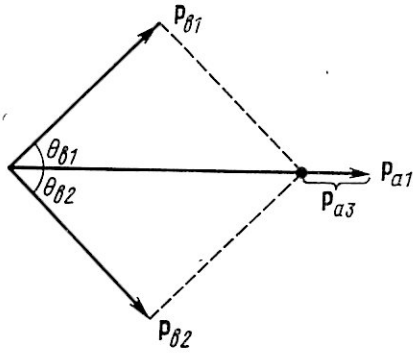


Рис. 8. Закон сохранения импульса в реакции $(p, 2p)$ (симметричный случай).

вой совпадений. Поэтому результаты по средним энергиям связи протонов, найденные при исследованиях реакций $(p, 2p)$, целесообразно рассмотреть отдельно.

Чтобы познакомиться с экспериментальной техникой, используемой при изучении реакций $(p, 2p)$, остановимся более подробно на первых опытах [1—3], которые были выполнены на синхроциклотроне в Упсала. Энергия протонов была равна 185 *Мэв*. Неопределенность в энергии пучка не превышала 1 *Мэв*. В качестве мишеней служили Li, Be, B, C, N, O, Ca. Схема экспериментального устройства показана на рис. 9.

Вторичные протоны, образовавшиеся при бомбардировке первичным пучком *1* мишени *2* и вылетевшие под углами $\theta_{b1} = \theta_{b2}$ к направлению пучка, регистрировались двумя симметрично расположенными телескопами. Каждый телескоп состоял из четырех пластических сцинтилляторов *3*, *5*, *6* и *7*. Полный угловой размер каждого телескопа

составлял приблизительно 10° в горизонтальной плоскости и 20° в вертикальной. Энергию протонов определяли по пробегу. Для этого между сцинтилляторами *3*, *5*, *3′* и *5′* помещали поглотители *4* и *4′* из алюминия. Поглотители небольшой толщины размещали также перед сцинтилляторами *3* и *3′* для того, чтобы предотвратить попадание на них значительного числа протонов малых энергий.

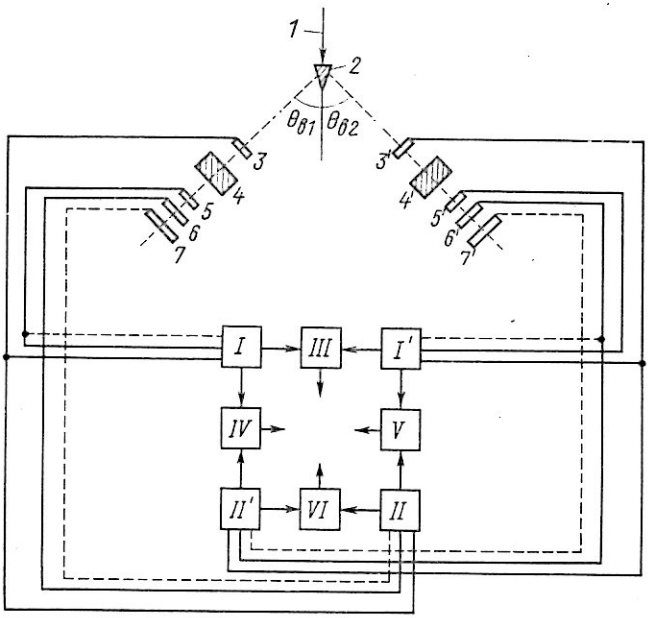


Рис. 9. Геометрия эксперимента и структурная схема электроники в опытах Тирена и др. [3].

Энергетическое разрешение телескопов определяли при больших энергиях статистическим разбросом пробегов, а при меньших — конечной толщиной мишеней и кристаллов. Довольно широкий интервал углов рассеяния, захватываемый телескопами, приводил к дополнительному разбросу энергий, связанному с неопределенностью кинетической энергии ядра отдачи. Результирующее разрешение по энергии составляло около 4,4 *Мэв*.

Сцинтилляторы телескопов были связаны схемами совпадений и антисовпадений. Сцинтилляторы *3* и *5* в блоке *I*

были включены на совпадения, а сцинтиллятор *6* — на антисовпадения. В блоке *II* на совпадения были включены сцинтилляторы *3* и *6*, а сцинтиллятор *7* — на антисовпадения. Совершенно аналогично с помощью блоков *I'* и *II'* были связаны сцинтилляторы *3'*, *5'*, *6'* и *7'*. Блок *III* регистрировал совпадения от блоков *I* и *I'*, блок *IV* — от *I'* и *II*, *V* — от *I'* и *II'* и *VI* — от *II* и *II'*.

Длительность импульсов на выходе сцинтилляционных счетчиков составляла около 8 *нсек*, разрешающее время схем совпадений и антисовпадений в блоках *I*, *II*, *I'*,

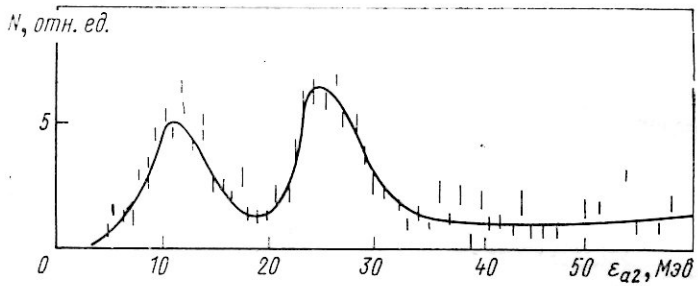


Рис. 10. Зависимость скорости счета совпадений от энергии связи выбиваемого протона для реакции ^{7}Li $(p, 2p)$ ^{6}He. Сплошная кривая проведена через экспериментальные точки (штрихи).

II' было равно длительности импульса, а в блоках *IV* — *VI* — несколько больше. Скорость счета случайных совпадений определяли, помещая линии задержки в соответствующие цепи. Необходимость сохранить достаточно низкий уровень случайных совпадений ограничивала интенсивность пучка падающих протонов, которая устанавливалась равной примерно 10^7 *протон/сек*.

На рис. 10 приведена полученная в опытах Тирена и др. [1] зависимость скорости счета совпадений от энергии связи выбиваемого протона для реакции ^{7}Li $(p, 2p)^6$He. Как видно из рисунка, кривая скорости счета совпадений имеет два отчетливых максимума, которые соответствуют двум группам протонов в ядре с энергиями связи около 12 и около 24 *Мэв*. Пользуясь терминологией и представлениями модели оболочек с j — j-связью [4], можно первый максимум сопоставить слабо связанному протону, находящемуся на оболочке $1p_{3/2}$, а второй — сильно свя-

занным протонам, расположенным на внутренней оболочке $1s_{1/2}$.

Такого же вида кривые с несколькими максимумами найдены и для других элементов, причем с возрастанием атомного номера появляются максимумы, соответствующие оболочкам $1p_{1/2}$, $2s_{1/2}$ и т. д. Полученные при исследова-

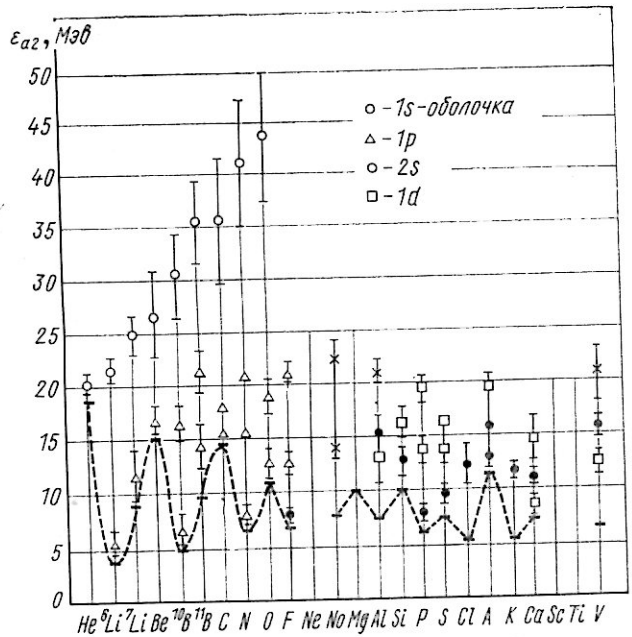


Рис. 11. Энергии связи протонов в ядрах, полученные при исследовании реакций $(p, 2p)$:

× — положение максимумов, принадлежность которых к оболочке не установлена. Вертикальная черта, проходящая через знак максимума, показывает его ширину с учетом разрешения. Горизонтальные штрихи и проходящая через них штриховая кривая показывают энергии связи наименее связанных нуклонов.

нии реакций $(p, 2p)$ экспериментальные данные по энергиям связи протонов в различных ядрах от He до V показаны на рис. 11 [5], где не только приведены положения максимумов и их ширины, но и указана их принадлежность к той или иной оболочке.

Из рис. 11 видно, что, во-первых, энергии связи нуклонов внешней оболочки, как правило, группируются вблизи энергии связи наименее связанного нуклона. Во-вторых,

энергия связи внутренней 1s-оболочки довольно быстро возрастает с ростом атомного номера элемента (в интервале от Не до F она увеличивается более чем в два раза). Аналогично ведет себя и оболочка 1p по мере того, как она становится внутренней. Интересная особенность максимумов — это рост их ширины при увеличении энергии связи (ширина на рис. 11 приведена с учетом разрешения). Все эти данные представляют большой интерес для теории атомного ядра. К сожалению, большая часть из них до сих пор еще не получила надежного количественного объяснения.

§ 7. Угловая и энергетическая корреляции протонов в реакциях (p, $2p$). Импульсное приближение с искаженными волнами

Угловая корреляция протонов, вылетающих из ядра при квазисвободном рассеянии, исследовалась еще в 1953 г. Чемберленом и Сегре (см. § 3). В дальнейшем аналогичные исследования были проведены еще некоторыми авторами [6—8]. Эти работы подтвердили правильность представлений о квазисвободном взаимодействии протонов высоких энергий с ядрами, а также позволили получить сведения об усредненных импульсных распределениях нуклонов в ядрах, подобные тем, которые были получены при изучении энергетических спектров протонов (см. § 5).

Качественно новые результаты в корреляционных исследованиях связаны с использованием предложенного Тиреном и др. и рассмотренного в предыдущем параграфе метода измерения суммарной энергии вылетающих протонов. Этот метод позволяет выделить взаимодействие падающего протона с протонами ядра, имеющими определенную энергию связи. Поскольку функция угловой корреляции вылетающих протонов зависит от волновой функции выбиваемого протона, метод позволяет из экспериментальных данных по угловой корреляции находить сведения о волновых функциях протонов с определенной энергией связи. Такая информация представляет для теории ядра значительно большую ценность, чем сведения об усредненных импульсных распределениях, которые могут быть получены при изучении энергетических спектров.

Дифференциальное эффективное сечение угловой и энергетической корреляций можно найти из выражения для полного сечения (1.72).

Для этого нужно выразить $\mathbf{k}_3 = -\mathbf{k}_2$ через E_{b1}, Ω_{b1}, Ω_{b2}, воспользовавшись законами сохранения энергии и импульса (1.55) и (1.58), и ввести δ-функцию с помощью интеграла $\int \delta(\varepsilon_3)\, dE_{b2}$, где $\varepsilon_3 = E_{b1} + E_{b2} + E_{b3} - E_{a1} + \varepsilon_{a2}$ [см. формулу (1.65)]. Переходя также от эффективного сечения протон-протонных столкновений в лабораторной системе координат σ_{12} к соответствующему сечению в системе центра инерции падающего протона и протона ядра σ_{12}', получаем

$$\frac{d^4\sigma_{123}}{dE_{b1}\, dE_{b2}\, d\Omega_{b1}\, d\Omega_{b2}} = \frac{4}{\hbar^3 c^2} \cdot \frac{p_{b1}\, p_{b2}\, E_c^2}{p_{a1}\, E_2} \times$$

$$\times v_{a'} \sum_{a', b'} |M_{ba}(\mathbf{k}_2)|^2 \frac{d\sigma_{12}'}{d\Omega_{b1}'}\, \delta(\varepsilon_3), \qquad (2.7)$$

где E_c — полная энергия падающего протона в системе центра инерции падающего протона и протона ядра; $E_2^2 = p_2^2 c^2 + M^2 c^4$ (p_2 — импульс выбиваемого протона в ядре; M — масса покоя протона) $d\Omega'_{b1}$ — телесный угол движения рассеянного протона, а $M_{ba}(\mathbf{k}_2)$ — матричный элемент ядра. Суммирование в (2.7) проводится только по состояниям, соответствующим выбиванию из ядра протонов, энергия связи которых лежит в определенном интервале.

Так как опыты по измерению угловой и энергетической корреляций позволяют получать качественно новые сведения о структуре ядер, необходимо ввести некоторые уточнения в расчет матричного элемента ядра. Эти уточнения могут относиться как к полной волновой функции всей системы, так и к волновым функциям частиц (падающей и вылетающих) и ядер (начального и конечного).

Поскольку нуклон — это частица, подчиняющаяся статистике Ферми, полная волновая функция всей системы взаимодействующих частиц при квазисвободном рассеянии должна быть антисимметризована. Следствием антисимметризации является запрет Паули, не позволяющий частицам занимать уже заполненные состояния. Однако эффект антисимметризации оказывается существенным лишь в тех случаях, когда занята значительная часть фазового пространства конечных состояний. В рассматриваемом случае квазисвободного рассеяния протона большой энергии на ядре занятый ядерными нуклонами фазовый объем представляет лишь небольшую часть фазового объема конечных

состояний. Поэтому антисимметризацией полной волновой функции в расчетах квазисвободного рассеяния протонов больших энергий пренебрегают [8].

Волновые функции движения падающей и вылетающих частиц до сих пор мы представляли в виде плоских волн. Это чрезвычайно грубое приближение, не учитывающее процесс многократного рассеяния частиц в ядерном веществе.

Чтобы учесть искажение плоских волн, обусловленное их взаимодействием с ядром, введем функцию дисторсии (искажения) D_{ef}, и волновую функцию движения частицы ef запишем в виде:

$$\varphi_{ef} = \exp(\mathrm{i}\,\mathbf{k}_{ef}\,\mathbf{r}_{ef})\,D_{ef}(\Delta\mathbf{k}_{ef}, \Delta\mathbf{r}_{ef}), \tag{2.8}$$

где $\Delta\mathbf{k}_{ef}$ и $\Delta\mathbf{r}_{ef}$ — волновой вектор и радиус-вектор частицы в системе центра инерции остаточного ядра $b3$. При выбивании одного нуклона из ядра с атомным номером A

$$\Delta\mathbf{k}_{ef} = \mathbf{k}_{ef} - \mathbf{k}_3/(A-1). \tag{2.9}$$

Поскольку энергия падающей и вылетающих частиц велики, можно воспользоваться квазиклассическим методом учета искажения с помощью комплексного оптического потенциала $V(\Delta\mathbf{k}_{ef}, \Delta\mathbf{r}_{ef})$ [8] и записать функции дисторсии в виде

$$D_{a1}(\Delta\mathbf{k}_{a1}, \Delta\mathbf{r}_{a1}) = \exp\left\{\frac{\mathrm{i}E_{a1}^{(\mathrm{n})}}{\hbar^2 c^2 k_{a1}}\int_0^\infty V(\Delta\mathbf{k}_{a1},\ \Delta\mathbf{r}_{a1} - \boldsymbol{\varkappa}_{a1}\,s)\,ds\right\}, \tag{2.10}$$

$$D_{bf}^{*}(\Delta\mathbf{k}_{bf}, \Delta\mathbf{r}_{bf}) = \exp\left\{-\frac{\mathrm{i}E_{bf}^{(\mathrm{n})}}{\hbar^2 c^2 k_{bf}}\int_0^\infty V(\Delta\mathbf{k}_{bf}, \Delta\mathbf{r}_{bf} + \boldsymbol{\varkappa}_{bf}\,s)\,ds, \right. \tag{2.11}$$

где $\boldsymbol{\varkappa}_{ef} = \Delta\mathbf{k}_{ef}/\Delta k_{ef}$, а интегрирование ведется вдоль прямолинейной классической траектории частицы.

Введение функции дисторсии существенно усложняет расчеты и, прежде всего, ставит под сомнение возможность факторизации матричного элемента оператора рассеяния на матричный элемент оператора рассеяния свободных нуклонов и матричный элемент ядра [см. формулу (1.62) и Приложение 1]. Однако, как это сле-

дует из опытных данных об оптическом потенциале [9], в рассматриваемой нами области энергий функция дисторсии мало меняется на расстоянии радуса действия ядерных сил. Поэтому факторизацию, выполненную ранее в приближении плоских волн, можно провести и в приближении искаженных волн (см. Приложение 3). Отличие состоит лишь в том, что изменяется структура матричного элемента ядра, который теперь записывается в виде

$$M_{ba}(\mathbf{k}_2) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \exp(-i\mathbf{k}_2'\mathbf{r})\, \varphi_2^{0*}(\xi_2) \Psi_{b3}^*(\xi_{b3})\, \Psi_{a3}(\xi_{b3}; \xi_2, \mathbf{r}) \times$$

$$\times D_{a1}(\Delta\mathbf{k}_{a1}, \mathbf{r})\, D_{b1}^*(\Delta\mathbf{k}_{b1}, \mathbf{r})\, D_{b2}^*(\Delta\mathbf{k}_{b2}, \mathbf{r})\, d\xi_{b3}, d\xi_2\, d^3 r \quad (2.12)$$

и называется ядерным матричным элементом в импульсном приближении с искаженными волнами.

Для сокращения записи обозначим интеграл перекрытия и произведение функций дисторсии соответственно:

$$\Phi_{ba}(\mathbf{r}) = \int \varphi_2^{0*}(\xi_2)\, \Psi_{b3}(\xi_{b3})\, \Psi_{a3}(\xi_{b3}; \xi_2, \mathbf{r})\, d\xi_{b3} d\xi_{b2}, \quad (2.13)$$

$$D_{ba}(\mathbf{r}) = D_{a1}(\Delta\mathbf{k}_{a1}, \mathbf{r})\, D_{b1}^*(\Delta\mathbf{k}_{b1}, \mathbf{r})\, D_{b2}^*(\Delta\mathbf{k}_{b2}, \mathbf{r}), \quad (2.14)$$

а матричный элемент ядра (2.12) запишем в виде

$$M_{ba}(\mathbf{k}_2) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int \exp(-i\,\mathbf{k}_2\,\mathbf{r})\, D_{ba}(\mathbf{r})\, \Phi_{ba}(\mathbf{r})\, d^3\mathbf{r}. \quad (2.15)$$

Чтобы рассчитать матричный элемент ядра, нужно задать волновые функции начального и конечного ядра Ψ_{a3} и Ψ_{b3}. Ранее, при анализе энергетических спектров протонов, мы использовали волновые функции одночастичной модели оболочек. При анализе корреляционных опытов эта модель оказывается недостаточной, в частности, с ее помощью нельзя объяснить спектр энергий связи выбиваемых протонов. Поэтому для анализа корреляционных опытов в настоящее время используется более правильно отражающая действительную структуру ядер многочастичная модель оболочек в различных ее вариантах, в том числе и в варианте с промежуточной связью.

В многочастичной модели оболочек интеграл перекрытия (2.13) записывается в виде [4,5]

$$\Phi_{ba} = a_{ljm\sigma}^{ba} X_{s\sigma} \Phi_{nljm}(\mathbf{r}), \quad (2.16)$$

где $a^{ba}_{ljm\sigma}$ — обобщенные генеалогические коэффициенты, учитывающие смешивание конфигураций и включающие коэффициенты векторного сложения; $X_{s\sigma}$ — нуклонная спиновая функция, а $\Phi_{nljm}(\mathbf{r})$ — волновая функция орбитального движения выбиваемого нуклона в ядре.

В опытах по измерению функции угловой корреляции вылетающих протонов фиксируется интервал суммарных энергий протонов. Это означает, что в данном процессе могут участвовать только протоны ядра, расположенные на определенных группах уровней, или, в соответствии с терминологией модели оболочек, на определенных оболочках. Выполнив в (2.7) усреднение по начальным состояниям и суммирование по всем конечным состояниям, соответствующим выбиванию нуклонов с данной оболочки, получим следующее выражение для сечения угловой корреляции:

$$\frac{d^4\sigma_{123}}{dE_{b1}\,dE_{b2}\,d\Omega_{b1}\,d\Omega_{b2}} = \frac{4p_{b1}\,p_{b2}E_c^2}{\hbar^3 c^2\,p_{a1}\,E_2} \times$$

$$\times N^{(p)}_{nlj}\,\frac{d\sigma'_{12}}{d\Omega'_{b1}}\,\widetilde{\rho}_{nlj}(\mathbf{k}_2)\,\delta(\varepsilon_3), \qquad (2.17)$$

где $N^{(p)}_{nlj}$ — эффективное число протонов, а $\widetilde{\rho}_{nlj}(\mathbf{k}_2)$ — искаженное импульсное распределение протонов на данной оболочке:

$$\widetilde{\rho}_{nlj}(\mathbf{k}_2) = \frac{(2l+1)^{-1}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_m \int \exp(-i\mathbf{k}_2\mathbf{r})\,D_{ba}(\mathbf{r})\,\Phi_{nljm}(\mathbf{r})\,d^3r. \qquad (2.18)$$

Напомним, что импульс ядра отдачи $\mathbf{p}_2 = \hbar\mathbf{k}_2$ однозначно связан с импульсом падающего и вылетающих протонов законом сохранения импульса и его величину и направление определяет геометрия эксперимента. Функцию дисторсии можно рассчитать на основании экспериментальных данных об оптическом потенциале. Остается неизвестной функция орбитального движения протонов. Ее можно рассчитать, если задать определенный вид ядерного потенциала.

На рис. 12 приведены экспериментальные [10] и теоретические [11] сечения угловой корреляции. Функция угловой корреляции (см. рис. 12, *а*) соответствует энергиям связи, расположенным вблизи $\varepsilon_{a2} = 25{,}8$ *Мэв* (1*s*-оболочка).

Функция имеет отчетливый максимум вблизи 45°. Такую же форму имеют функции угловой корреляции 1s-оболочки и для других элементов. Объясняется это тем, что плотность любого импульсного распределения, относящегося к 1s-оболочке, имеет максимум при величине импульса, равной нулю. Поэтому максимум совпадений будет наблюдаться вблизи угла разлета, соответствующего столкновению с неподвижным протоном.

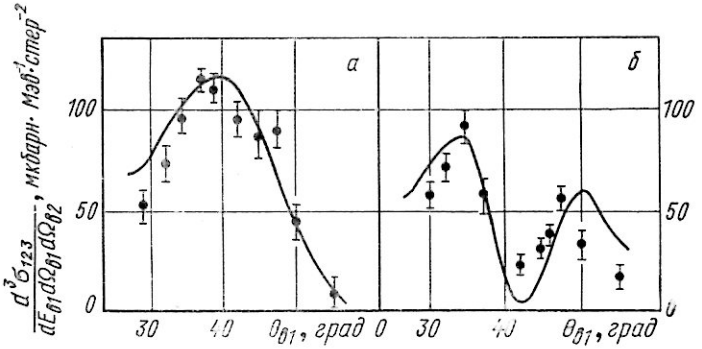


Рис. 12. Дифференциальные эффективные сечения угловой корреляции протонов в реакции ^{7}Li $(p, 2p)$ ^{6}He (энергии падающих протонов 185 *Мэв*). Углы регистрации протонов $\theta_{b1} = \theta_{b2}$ (симметричная геометрия):

точки — экспериментальные данные работы [10]; сплошная кривая — расчет в импульсном приближении с искаженными волнами [11].

Для любых оболочек с $l \neq 0$ плотность импульсного распределения вблизи нуля имеет минимум. В этих случаях при углах, соответствующих столкновению с неподвижным протоном должен наблюдаться минимум, что хорошо видно из рис. 12, *б* ($1p$-оболочка, $\varepsilon_{a2} = 11{,}3$ *Мэв*).

При расчете теоретических сечений угловой корреляции (см. рис. 12) оптический потенциал в функции дисторсии выбирали в виде прямоугольной ямы. Параметры действительной и мнимой частей потенциала были взяты из работы [12].

Радиальная волновая функция была получена путем численного решения уравнения Шредингера для потенциала вида $U(r) = U_0 + kr^2$ при $r < r_0$ и $U(r) = B \exp(-\mu r)$ при $r > r_0$. Параметры потенциала подбирали так, чтобы распределение плотности электрического заряда в ядре согласовывалось с экспериментальными данными,

полученными в опытах по рассеянию быстрых электронов [13].

Рассчитанное в этих предположениях корреляционное сечение для p-оболочки удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными как по форме, так и по абсолютной величине. Для s-оболочки согласие получается только по форме сечения. По абсолютной величине рассчитанное сечение в 2,5 раза превышает наблюдающееся на опыте (кривая, приведенная на рис. 12, получена умножением результатов расчета на 0,4).

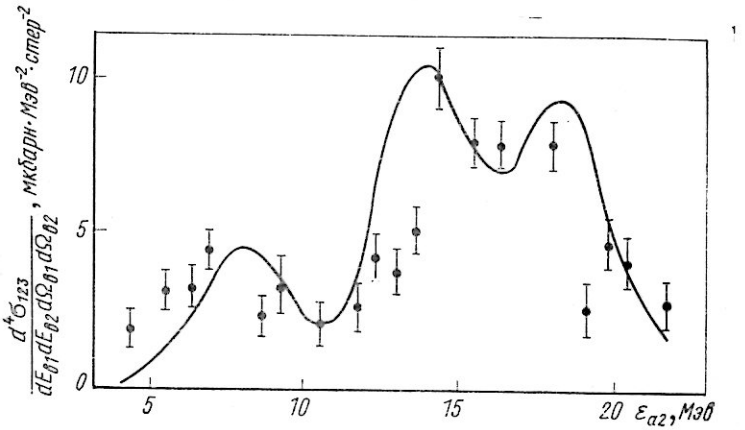


Рис. 13. Зависимость сечения угловой и энергетической корреляций протонов в реакции ^{14}N (p, $2p$) ^{13}C от энергии протонов.

Такого же типа исследования функций угловой корреляции были выполнены почти для всех ядер от He до Ca. Сводка полученных при этом сведений о волновых функциях протонов в ядрах приведена в работе [5].

Рассмотрим теперь эксперименты, в которых при фиксированном угле разлета протонов измеряется зависимость числа совпадений от энергии связи выбиваемого протона. Чтобы рассчитать сечение этого процесса, нужно при данном значении импульса, которое определяется геометрией эксперимента, найти зависимость обобщенных генеалогических коэффициентов и искаженного импульсного распределения от энергии связи протона.

На рис. 13 показана зависимость сечения угловой и энергетической корреляций протонов в реакции ^{14}N (p, $2p$)^{13}C от энергии связи протонов, рассчитанная в рамках

оболочечной модели с промежуточной связью [14] (сплошная кривая). Расчеты сравниваются с экспериментальными данными (точки) работы [3]. Как видно из рисунка, расчет правильно передает положение основных максимумов и их величину.

Интересно было бы правильно количественно объяснить не только положения, но и ширину максимумов, соответствующих различным оболочкам и подоболочкам [в модели оболочек с промежуточной связью одной оболочке

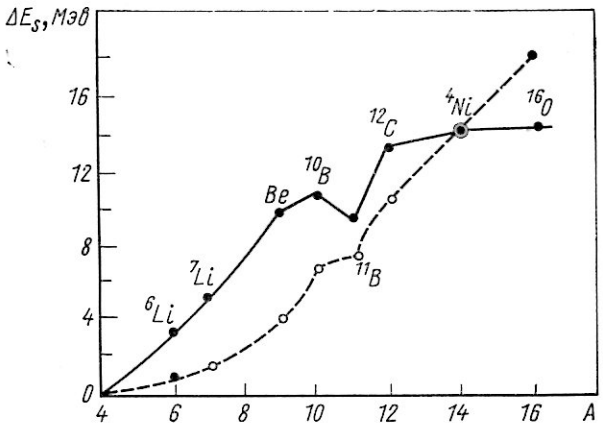


Рис. 14. Зависимость ширины дырочных 1s-состояний от массового числа ядра:
● — экспериментальные данные; ○ — теоретические [17].

(см. рис. 13) может соответствовать несколько максимумов в энергии связи]. В настоящее время такие попытки основываются на представлениях о дырочном характере возбуждения ядер, образующихся в результате квазисвободного выбивания нуклона.

Выбивание из ядра (A, Z) протона с энергией связи ε_{a2} приводит к образованию ядра $(A-1, Z-1)$ с энергией возбуждения $\varepsilon_b = \varepsilon_{a2} - \varepsilon_{\text{мин}}$, где $\varepsilon_{\text{мин}}$ — энергия связи наименее связанного протона в ядре (A, Z). Поэтому процесс квазисвободного рассеяния в рамках импульсного приближения можно рассматривать как процесс мгновенного (по сравнению с временем обмена импульсами между нуклонами ядра) образования дырки, а соответствующее состояние ядра $(A-1, Z-1)$ — как дырочное возбужде-

ние [15, 16]. Время жизни дырочного возбуждения Δt и ширина соответствующего уровня ΔE связаны соотношением $\Delta t \Delta E \approx \hbar$.

В модели оболочек время жизни дырочного состояния должно быть тем меньше, чем больше число нуклонов, которые могут заполнить дырочное состояние, и чем сильнее взаимодействие между ними. Поэтому для ядер $1p$-оболочки ширина $1s$-уровня должна быть пропорциональна числу протон-нуклонных пар на $1p$-оболочке и обратно пропорциональна величине ядерного объема [17].

На рис. 14 показана зависимость ширины дырочных $1s$-состояний от массового числа ядра-мишени. Нормировка теоретической и экспериментальных кривых приведена при ^{14}N.

Из проведенного краткого рассмотрения реакций $(p, 2p)$ видно, что данные исследования принесли в ядерную физику совершенно новую информацию о структуре ядер, представляющую большую ценность для теории ядра и особенно для модели оболочек.

§ 8. Исследования реакций (p, pn) методом ядер отдачи

Корреляционный метод изучения простейших реакций, рассмотренный в предыдущих параграфах, оказался весьма плодотворным при исследовании реакций $(p, 2p)$. Однако этот метод нельзя использовать для изучения реакций (p, pn), поскольку отсутствуют точные методы измерения энергии быстрых нейтронов. Для исследования этих реакций применяют метод измерения угловых и энергетических распределений радиоактивных ядер отдачи [18].

Сущность метода заключается в том, что радиоактивные ядра отдачи, вылетевшие из мишени под определенным углом и прошедшие поглотитель данной, достаточно малой толщины, собираются в пленках, активность которых измеряют с помощью обычных счетных методик. Идентификацию радиоактивных ядер отдачи можно провести по периоду полураспада, типу активности изотопа, а также с помощью радиохимических методов выделения.

Основная трудность метода ядер отдачи связана с необходимостью измерять с большой точностью очень малень-

кие пробеги (около 100 *мкг·см*$^{-2}$). Так как величина пробега ядер отдачи мала, приходится использовать очень тонкие мишени и очень тонкие поглотители. Существует несколько вариантов решения этой проблемы.

В работах [18, 19] поглотителем служила газовая прослойка, толщину которой регулировали, изменяя давление газа.

На рис. 15 схематически показана часть экспериментальной установки с газовым поглотителем. Основным элементом установки являются кассеты *1*, состоящие из мише-

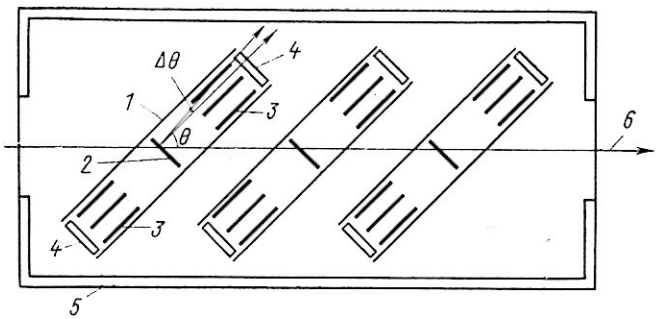


Рис. 15. Установка для измерения угловых и энергетических распределений радиоактивных ядер отдачи с газовым поглотителем.

ней *2*, коллиматоров *3* и пленок *4*, в которых собираются радиоактивные ядра отдачи (*6* — пучок бомбардирующих частиц). Геометрия расположения мишеней, коллиматоров и собирающих пленок такова, что на собирающие пленки попадают только ядра отдачи, вылетающие в интервале углов $\theta \pm \Delta\theta$ к направлению пучка (*6*). Угловое разрешение установки $\Delta\theta$ определяется расстоянием между собирающими пленками и мишенями и размерами коллиматоров. Для увеличения выхода активности ядер отдачи можно одновременно облучать несколько кассет. Интегральный энергетический спектр ядер отдачи, вылетающих в данном интервале углов, определяют по интегральному спектру пробегов. Для этого кассеты помещают в вакуумную камеру *5*, наполненную газом. Толщину газового поглотителя, находящегося между мишенями и собирающими пленками, можно с достаточно высокой точностью (около 0,1 *мкг·см*$^{-2}$) определять по давлению газа в камере. Очевидно, изготов-

лять и использовать поглотители такой толщины из твёрдых или жидких материалов очень трудно.

Другой вариант метода ядер отдачи, также нашедший применение в исследованиях простейших реакций, состоит в том, что на некотором расстоянии от мишени помещают собирающие активность фольги, которые одновременно служат и поглотителями [20]. Схема такой установки показана на рис. 16. Пучок бомбардирующих частиц *1*, прошедших через мишень *2*, выбивает из нее ядра отдачи. Часть

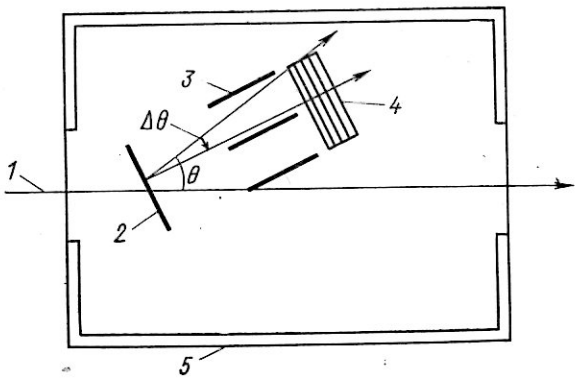


Рис. 16. Установка для измерения угловых и энергетических распределений радиоактивных ядер отдачи, в которой собирающие ядра отдачи пленки являются поглотителями.

ядер отдачи, вылетевших в интервале углов $\theta \pm \Delta\theta$ и прошедших через коллиматоры *3*, попадает на стопку собирающих фольг *4*. Распределение по пробегам ядер отдачи получается из распределения активностей фольг, составляющих стопку. Мишень и собирающие фольги помещают в вакуумной камере *5*. Угловое разрешение установки определяется относительным расположением мишеней и собирающих фольг и размерами коллиматоров, а разрешение по пробегам — толщиной собирающих фольг.

В настоящее время известны лишь две работы, в которых исследовались энергетические распределения радиоактивных ядер отдачи под данным углом [20, 21] в реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C. Остановимся на этих исследованиях подробнее.

Конечное ядро ^{11}C в реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C идентифицируется обычно по периоду полураспада ($\approx$20 *мин*) или по характерной позитронной активности. При взаимодействии протона высокой энергии с ядром ^{12}C конечное ядро ^{11}C может образоваться в результате различного рода процессов.

Во-первых, это может быть процесс квазисвободного выбивания нейтрона с p-оболочки, при котором энергия возбуждения ядра ^{11*}C не превышает 10 *Мэв*. При большей энергии возбуждения ядро ^{11*}C испускает еще одну частицу и превращается в другое ядро. Если протоны и нейтроны в ядре ^{12}C имеют сходную оболочечную структуру, то энергии возбуждения, меньшей 10 *Мэв*, соответствует выбивание нейтронов с p-оболочки.

Во-вторых, это могут быть всякого рода побочные процессы: неупругое рассеяние протона на ^{12}C с последующим испусканием возбужденным ядром ^{12*}C одного нейтрона, зарядово-обменное рассеяние протона на нейтроне ядра ^{12}C с последующим испусканием протона возбужденным ядром ^{12*}N и т. д. Согласно расчетам, приведенным в работе [20], сечение всех побочных процессов составляет не более 15% полного сечения реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C, причем основной вклад (около 10%) дает первый из перечисленных механизмов.

Таким образом, основным механизмом, ответственным за реакцию ^{12}C (p, pn) ^{11}C, можно считать механизм квазисвободного выбивания нейтронов с p-оболочки ядра ^{12}C.

В импульсном приближении с плоскими волнами, когда взаимодействие падающей и вылетающих из ядра частиц с ядром не учитывается, импульс ядра отдачи равен по абсолютной величине и противоположен по направлению импульсу выбиваемого нейтрона. Таким образом, в этом приближении импульсное распределение ядер отдачи эквивалентно импульсному распределению нейтронов на p-оболочке.

В импульсном приближении с искаженными волнами импульсное распределение ядер отдачи будет «искажено» по сравнению с импульсным распределением нейтронов в ядре в результате взаимодействия с ядром (преломления и поглощения) падающих и вылетающих частиц. Чтобы получить в этом случае выражение для сечения образования ядер отдачи, движущихся в телесном угле $d\Omega_{b3}$ и имеющих кинетическую энергию в интервале dE_{b3}, нужно заменить в выражении для полного сечения (1.72) d^3k_3 на

Ω_{b3} и E_{b3}. Перейдя от сечения p — n-рассеяния в лабораторной системе координат σ_{12} к сечению в системе центра масс σ_{12}, получим следующий результат:

$$\frac{d^2\sigma_{123}}{dE_{b3}\,d\Omega_{b3}} = \frac{p_{b3}E_{b3}^{(n)}}{\hbar^3 c^2 E_2} v_{a'} \sum_{a',\,b'} \int \frac{B_{13}}{B_{12}} |M_{ba}(\mathbf{k}_2)|^2 \frac{d\sigma'_{12}}{d\Omega'_{b1}} d\Omega'_{b1}. \quad (2.19)$$

В этом выражении p_{b3} и E^{n}_{b3} — импульс и полная энергия ядра отдачи; $E_2^2 = p_2^2c^2 + M^2c^4$, где p_2 и M — импульс выбиваемого нейтрона в ядре и его масса покоя соответственно; B_{13} и B_{12} кинематические множители [см. формулы (1.24) и (1.72)], а $M_{ba}(\mathbf{k}_2)$ — матричный элемент ядра, структура которого определяется соотношениями (2.13) — (2.16).

Расчеты энергетических спектров ядер отдачи ^{11}C по формуле (2.19) проведены в работе [22]. В качестве оптического потенциала при расчете функции дисторсии использовался зависящий от энергии частицы комплексный потенциал Вудса — Саксона

$$V(E, r) = \frac{V(E) + iW(E)}{1 + \exp[(r-d)/a]}, \quad (2.20)$$

где $d = 1{,}25\ A^{1/3}$ *ферми* и $a = 0{,}55$ *ферми* — параметры потенциала [23], а E — кинетическая энергия частицы в системе покоящегося ядра.

В соответствии с литературными данными [9, 12, 23] действительную и мнимую части оптического потенциала представим в виде:

$$V(E) = \begin{cases} -50\ Мэв & (0 \leqslant E \leqslant 20\ Мэв); \\ -15{,}93 \ln(450/E)\ Мэв & (20 < E \leqslant 450\ Мэв); \\ 0 & (E > 450\ Мэв;) \end{cases} \quad (2.21)$$

$$W(E) = \begin{cases} -[3 + 17(1 - e^{-0{,}025E})]\,Мэв\ (E < 310\ Мэв); \\ \dfrac{k\hbar^2 c^2\, 3(A-1)\,\bar{\sigma}(E)}{E 8\pi (d^3 + \pi^2 a^2 d)}\ Мэв\ (E \geqslant 310\ Мэв). \end{cases} \quad (2.22)$$

Здесь k — волновое число; E — кинетическая энергия частицы; d и a — те же параметры, что и в формуле (2.20); A — массовое число начального ядра; $\bar{\sigma}(E)$ — усредненное по протонам и нейтронам ядра полное сечение нуклон-нуклонных столкновений. Для расчета $\bar{\sigma}(E)$ использовались данные, обобщенные в работе [24].

При расчете интеграла перекрытия (2.16) рассматривались две радиальные волновые функции ядра ^{12}C гармонического осциллятора:

$$R_{1p} = \sqrt{(4\alpha/3)}\, r \exp(-\alpha r^2) \qquad (2.23)$$

и экспоненциальная

$$R_{1p} = \exp(-\beta r) \; ; \quad \overline{2\beta}. \qquad (2.24)$$

Параметры этих функций α и β выбирались в соответствии с экспериментальными данными о размерах ядер, полученными в опытах по рассеянию быстрых электронов [13].

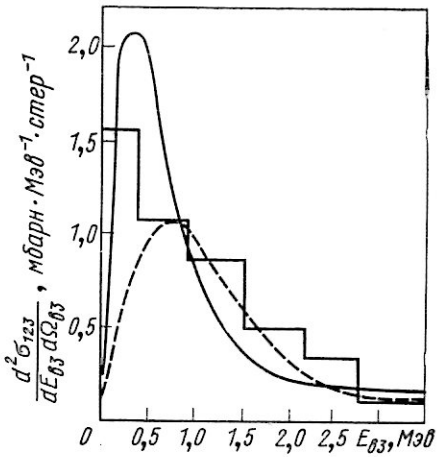


Рис. 17. Энергетические распределения ядер отдачи, образующихся в реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C под углом $\theta_{b3} = 90°$ к пучку падающих протонов.

Энергия падающих протонов равна 450 *Мэв*. Гистограмма — экспериментальные данные работы [20]. Плавные кривые рассчитаны в работе [22] в импульсном приближении с искаженными волнами с экспоненциальной (сплошная линия) и осцилляторной (штриховая линия) ядерными волновыми функциями.

На рис. 17 и 18 результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными, полученными в работах [20, 21]. В работе [20] для измерения спектров пробегов ядер отдачи использовалась установка, в которой собирающие пленки одновременно являлись поглотителями (см. рис. 16). Угловое разрешение установки $\Delta\theta$ состав-

ляло около 20 . Разрешение по пробегам определялось толщиной собирающих пленок, изготовленных из алюминиевой фольги, и было равно примерно 100 *мкг·см*$^{-2}$. Мишень была изготовлена из полистироловой пленки толщиной около 60 *мкг·см*$^{-2}$. Энергия падающих протонов была равна 450 *Мэв*. Были сняты спектры ядер отдачи по пробегам под углами $0_{лз} = 30, 45, 60, 65, 90, 115, 135$ и 150° относительно пучка протонов. При пересчете спектров

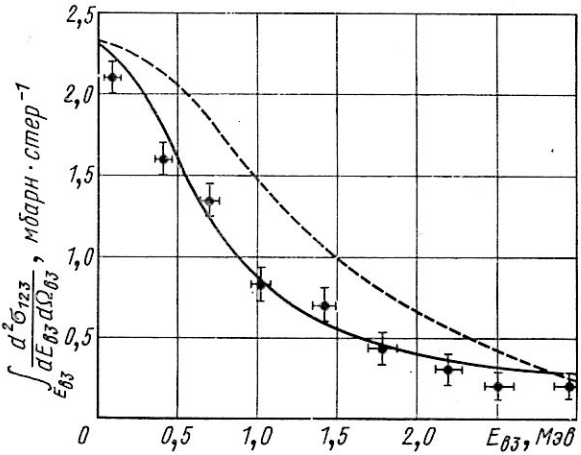


Рис. 18. Интегральные энергетические спектры ядер отдачи, образующихся в реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C под углом к пучку протонов $0_{лз} = 105^{\circ}$.

Точки — экспериментальные результаты работы [21] при энергии падающих протонов 660 *Мэс*; сплошная кривая соответствует экспоненциальной ядерной волновой функции, пунктирная — волновой функции гармонического осциллятора. Обе кривые получены интерполяцией и численным интегрированием дифференциальных энергетических спектров, рассчитанных в работе [22].

по пробегам в энергетические спектры использовались экспериментальные и теоретические данные по соотношению пробег — энергия для ядер отдачи ^{11}C [25—27].

В работе [21] для измерения угловых и энергетических распределений ядер отдачи ^{11}C использовалась установка с газовым поглотителем (см. рис. 15). Угловое разрешение установки составляло около 5°, а разрешение по пробегам — около 10 *мкг·см*$^{-2}$. В качестве газа-поглотителя использовался гелий. Толщина мишеней (графит, напыленный на подложку из бериллия) была равна около 100 *мкг·см*$^{-2}$.

Опыты были выполнены на синхроциклотроне ОИЯИ с энергией протонов в пучке 660 *Мэв*. Были сняты интегральные спектры ядер отдачи по пробегам под углами к пучку $\theta_{лз} = 30$, 105 и 135°. При пересчете интегральных спектров ядер отдачи по пробегам в интегральные энергетические спектры использовались данные по пробегам ядер отдачи, приведенные в работах [28—30]. Теоретические интегральные спектры по энергиям были получены из дифференциальных спектров работы [22] численным интегрированием.

При сравнении расчетов с экспериментом теоретические кривые нормировались на полное сечение реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C, для чего теоретические значения умножали на коэффициент 1,3. Сравнение расчета с экспериментом показывает, что теория удовлетворительно описывает энергетическую зависимость сечения образования ядер отдачи. Таким образом, ядерные волновые функции, удовлетворяющие экспериментальным данным по упругому рассеянию быстрых электронов, удовлетворяют и экспериментальным данным по ядрам отдачи. Это внутреннее согласие, во-первых, подтверждает правильность метода расчета и, во-вторых, показывает перспективность метода ядер отдачи. Можно надеяться, что дальнейшее уточнение расчета и усовершенствование экспериментальной методики позволят получить новые сведения о волновых функциях нейтронов p-оболочек.

Интересно сравнить с результатами расчета не только энергетические спектры, но и угловые распределения ядер отдачи. На рис. 19 угловые распределения ядер отдачи ^{11}C в реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C, полученные в работах [31, 32], сравниваются с теоретическими расчетами работы [22]. Расчеты выполнялись как в приближении плоских волн, так и с учетом искажения. Из рисунка видно, что учет искажения приводит к лучшему согласию расчета с экспериментом.

Как уже отмечалось выше, при сравнении расчета с экспериментом расчетные данные умножаются на коэффициент, равный 1,3. Это связано с тем, что полное сечение реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C, рассчитанное в предположении квазисвободного выбивания нейтрона в импульсном приближении с искаженными волнами и с осцилляторной волновой функцией, равно 25 *мбарн*, что меньше экспериментального сечения при энергии 450 *Мэв*, равного (33±2) *мбарн* [33]. При использовании экспоненциальной волновой функции для

полного сечения теория дает величину полного сечения, равную 28 *мбарн*. Учитывая также точность расчета, равную 15%, получаем для теоретического сечения величину (28±4) *мбарн*. Видно, что расчет удовлетворительно согласуется с экспериментом. Несколько меньшая величина теоретического сечения, видимо, связана с тем, что помимо процесса квазисвободного выбивания нейтрона ядра ^{11}C образуются также в результате других процессов, в частности вследствие процесса неупругого рассеяния протона с по-

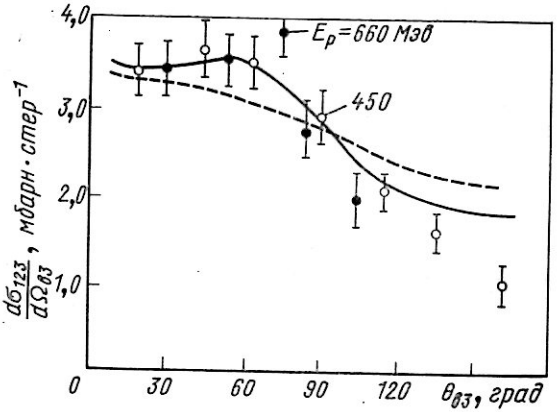


Рис. 19. Угловые распределения ядер отдачи в реакции ^{12}C (p, pn) ^{11}C.

Точки — результаты эксперимента; кривые рассчитаны в работе [22] в импульсном приближении с искаженными (сплошная кривая) и плоскими (штриховая кривая) волнами при энергии падающих протонов E_p=450 и 660 *Мэв*.

следующим испусканием нейтрона возбужденным ядром ^{12}*C. В работе [32] при исследовании углового распределения ядер отдачи ^{11}C в реакции ^{12}C (p, pn) обнаружен небольшой максимум вблизи 75°. При этом же угле, согласно расчетам работы [20], должен наблюдаться максимум сечения образования ядер отдачи ^{11}C в результате неупругого рассеяния протона с последующим испусканием нейтрона. С увеличением атомного номера ядра-мишени вклад указанного процесса увеличивается. Об этом свидетельствуют угловые распределения ядер отдачи в реакциях ^{19}F (p, pn) ^{18}F [34] и ^{65}Cu (p, pn) ^{64}Cu [35], показанные на рис. 20.

Следует также отметить, что полные сечения реакций $p, pn)$ на ^{58}Ni и ^{65}Cu, рассчитанные в импульсном прибли-

жении с искаженными волнами с осцилляторной волновой функцией, равны при энергии 450 *Мэв* соответственно (24±3) *мбарн* и (45±6) *мбарн* [22], в то время как эксперимент дает при энергии 370 *Мэв* значения (30±1) *мбарн* и

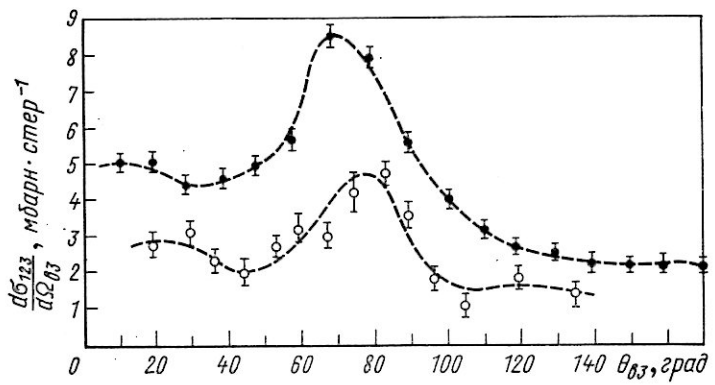


Рис. 20. Угловые распределения ядер отдачи, образующихся в реакциях (p, pn):
○ — на ^{19}F при энергии падающих протонов E_p=660 *Мэв*; ● — на ^{65}Cu при E_p=370 *Мэв*.

(59±3) *мбарн* [33]. Это различие, возможно, связано как с недостаточно точной аппроксимацией ядерной волновой функции, так и с вкладом других механизмов реакции, отличных от квазисвободного выбивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tyrén H. et al. Nuovo cimento, **6**, 1507 (1957).
2. Maris Th. A. J. et al. Nucl. Phys., **7**, 1 (1958).
3. Tyrén H. et al. Nucl. Phys., **7**, 10 (1958).
4. Эллиот Дж. В сб. «Ядерные реакции». Т. 1. Перев. с англ. М., Госатомиздат, 1962, стр. 45.
5. Iacob G., Maris Th. A. I. Rev. Mod. Phys., **38**, 121 (1966).
6. Wilcox J. M., Moyer J. B. Phys. Rev., **99**, 875 (1955).
7. Mc Ewen J. et al. Phil. Mag., **2**, 231 (1957).
8. Cohen B. L. Phys. Rev., **108**, 768 (1957).
9. Feshbach H. Ann. Rev. Nucl. Sci., **8**, 49 (1958).
10. Tibbel G. et al. Arkiv Fysik, **25**, 433 (1963).
11. Yohansson A., Sakamoto Y. Nucl. Phys., **42**, 625 (1963).
12. Kerman A. K. et al. Ann. Phys., **8**, 551 (1959).
13. Hofstädter R. Ann. Rev. Nucl. Sci., **7**, 231 (1957).

14. Балашов В. В., Бояркина А. Н. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **43**, 117 (1962).
15. Cohen B. L. et al. Phys. Rev , **126**, 648 (1962).
16. Anderson Y. D. et al. Phys. Rev., **129**, 2718 (1963).
17. Maris Th. A. J. Proc. Cong. Direct. Interact. Nucl. React. Mechan., Padua, Italy, 1962.
18. Денисов Ф. П., Колесов В. Е. «Приборы и техника эксперимента», № 3, 34 (1957).
19. Денисов Ф. П. и др. «Приборы и техника эксперимента», № 1, 183 (1966).
20. Panontin J. A. et al. Phys. Rev., **169**, 851 (1968).
21. Денисов Ф. П. и др. «Ядерная физика», **13**, 925 (1970).
22. Benioff P. A., Person L. W. Phys. Rev., **140**, B 844 (1965).
23. Glassgold A. E. Rev. Mod. Phys., **30**, 419 (1958).
24. Baraschenkov V. S., Maltsev V. M. Fortschr. Phys., **9**, 549, (1961).
25. Panontin J. A. et al. Phys. Rev., **140**, A 151 (1965).
26. Lindhard Y. et al. Kgl. Danske Videnskab Selskab. Mat.-Fys. Med., **33**, No. 14 (1963).
27. Northcliffe L. C. Ann. Rev. Nucl. Sci., **13**, 67 (1963).
28. Lillie A. B. Phys. Rev., **87**, 716 (1952).
29. Теплова Я. А. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **34**, 559 (1958).
30. Porat D. I., Ramavatram H. Proc. Phys. Soc., **77**, 97 (1961).
31. Panontin J. A. et al. Phys. Rev., **145**, 754 (1966).
32. Денисов Ф. П. и др. «Ядерная физика», 7, 954 (1968).
33. Cumming J. B. Ann. Rev. Nucl. Sci., **13**, 261 (1963).
34. Денисов Ф. П. и др. «Ядерная физика», 7, 743 (1968).
35. Remsberg L. P. Phys. Rev., **174**, 1338 (1968).

ГЛАВА 3

ВНУТРИЯДЕРНЫЙ КАСКАД. РАСПАД ВОЗБУЖДЕННЫХ ЯДЕР

§ 9. Модель внутриядерного каскада

Метод импульсного приближения с искаженными волнами, разработанный для расчета простейших ядерных реакций, является достаточно строгим квантовомеханическим вариантом серберовской модели прямого взаимодействия, учитывающим волновые свойства частиц и их взаимодействие с ядром. Однако этот метод нельзя использовать для расчета сложных ядерных реакций, которые являются результатом многократных сильных взаимодействий падающей частицы с частицами ядра. Помимо принципиальных трудностей [плохо выполняется условие применимости импульсного приближения (1.44)] здесь возникают трудности чисто вычислительного характера: учет искажения связан с численным интегрированием, что приводит к большому объему вычислений.

Для анализа сложных ядерных реакций необходим более простой и доступный для расчетов метод, который позволил бы правильно предсказывать их основные характеристики. Таким методом является предложенная Сербером [1] и развивавшаяся Гольдбергером [2] модель внутриядерного каскада.

В отличие от импульсного приближения с искаженными волнами модель внутриядерного каскада — это классический вариант модели прямого взаимодействия: в этом варианте сохраняется основное предположение модели прямого взаимодействия о попарном квазисвободном взаимодействии падающей частицы с частицами ядра. Однако частицы, участвующие в столкновениях, рассматриваются как классические.

Таким образом, в модели внутриядерного каскада задача о ядерной реакции при высокой энергии сводится к задаче взаимодействия систем, движение частиц в которых определяется законами классической механики. Однако

классический метод расчета не мешает, как мы это увидим в дальнейшем, каскадной модели правильно объяснять многие характеристики ядерных реакций при высоких энергиях.

Многочисленные удовлетворительные результаты, получаемые с помощью этой модели, объясняются прежде всего тем, что заложенный в ней классический метод расчета при высоких энергиях падающих частиц является достаточно хорошим приближением. Как известно, в определенных условиях (см., например, [3]) квантовые уравнения движения переходят в классические. Этот переход состоит в том, что частица рассматривается как волновой пакет, движение которого подчиняется законам классической механики. Однако, чтобы такое рассмотрение соответствовало физической реальности, необходимо выполнение ряда условий.

Во-первых, потенциал $U(x)$, в котором движется частица, должен мало изменяться на расстоянии порядка размеров волнового пакета — $\overline{\Delta x^2}$

$$\left|\frac{\partial U(\bar{x})}{\partial \bar{x}}\right| \gg \frac{1}{2}\left|\frac{\partial^3 U(\bar{x})}{\partial \bar{x}^3}\right| \overline{\Delta x^2} \tag{3.1}$$

(здесь $\bar{x}$ — координата центра инерции пакета).

Во-вторых, кинетическая энергия частицы E должна быть значительно больше неопределенности в кинетической энергии ΔE, вытекающей из соотношений Гейзенберга:

$$(\Delta E/E) \ll 1, \tag{3.2}$$

где $\Delta E = (\Delta p_x^2/2m) \approx \left(\hbar^2/8m\overline{\Delta x^2}\right)$, а m — масса частицы.

И, в-третьих, волновой пакет, описывающий движение частицы, не должен заметно расплываться при движении через рассматриваемую область пространства. Если величину размытия при прохождении волновым пакетом области R обозначить $\overline{\Delta x_R^2}$, то последнее условие запишется в виде

$$\overline{\Delta x_R^2} \approx (\Delta E/E)\, R^2 < \overline{\Delta x^2}. \tag{3.3}$$

Нетрудно убедиться, что при больших энергиях падающих частиц соотношения (3.2) и (3.3) выполняются с хорошей точностью. Рассмотрим, например, взаимодействие с ядрами нуклонов с энергией $E \approx 100$ *Мэв*. При $\overline{\Delta x_R^2} \approx$

≈ 2 *ферми*^{2} (размеры нуклона) и $R^2 \approx 20$ *ферми*^{2} (размеры ядра) получаем $(\Delta E/E) \approx 0{,}02$, а $\Delta x_R^2 \approx 0{,}2\ \overline{\Delta x^2}$.

Несколько сложнее обстоит дело с выполнением соотношения (3.1). Если ядерный потенциал аппроксимируется функцией вида $U(x) = a + bx + cx^2$, то соотношение (3.1) выполняется хорошо.

При аппроксимации другими функциями, имеющими не равные нулю третьи производные, соотношение (3.1) выполняется приближенно. Однако затруднение, связанное с приближенным выполнением неравенства (3.1), возникает, как правило, лишь на границе ядра, где усредненный ядерный потенциал меняется достаточно быстро. Во внутренней области ядра, где потенциал меняется медленно, соотношение (3.1) выполняется также достаточно хорошо. Отсюда следует, что наибольшие погрешности, связанные с использованием классического метода, могут возникать при расчете движения нуклонов на границе ядра.

Классический метод расчета, принятый в каскадной модели, однако, не означает, что в этой модели полностью теряется связь с реальным квантовым характером взаимодействия и, прежде всего, с квантовой структурой ядер. Напротив, каскадная теория позволяет учесть в расчетах многие важные характеристики частиц и ядерной структуры, в том числе и некоторые квантовые свойства, например принцип Паули, запрещающий столкновения нуклонов в ядре, если один из партнеров попадает в уже занятое состояние.

В то же время каскадная модель не позволяет получить некоторые очевидные с точки зрения квантовой механики результаты. В частности, она, естественно, не может объяснить дифракционное рассеяние падающих частиц на малые углы.

Итак, в каскадной модели падающая частица высокой энергии рассматривается как классическая частица, движущаяся по определенной траектории, а ядро — как система классических частиц с заданными распределениями по объему, энергиям и импульсам. Ядру сопоставляется потенциальное поле, взаимодействующее с каскадными частицами. Падающая на ядро частица при движении внутри ядра может столкнуться с одной из ядерных частиц. Вероятность столкновения определяется средним пробегом падающих частиц в ядерном веществе. Столкновение с частицей ядра происходит таким же образом, как если бы последняя была свободной, т. е. для расчета столкновения ис-

пользуются экспериментальные данные по столкновениям свободных частиц. Продукты столкновения в процессе дальнейшего движения могут взаимодействовать с другими частицами ядра (рис. 21). Число частиц, участвующих в каскаде, может лавинообразно нарастать, поэтому сам процесс получил название внутриядерного каскада.

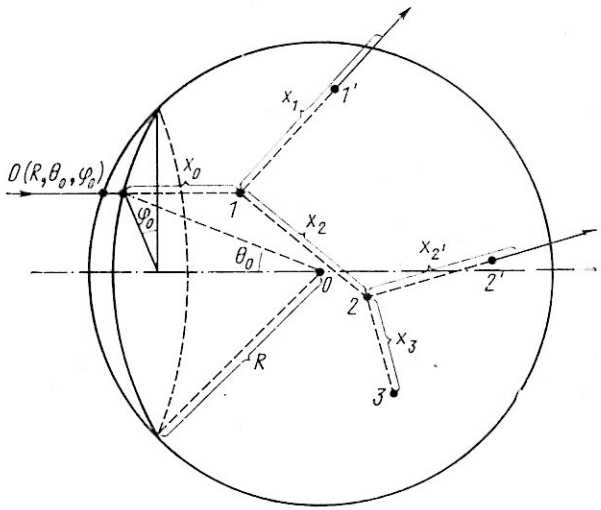


Рис. 21. Схема развития внутриядерного каскада:

0 (R, θ_0, φ_0)—точка попадания первичной частицы в ядро, x_0—пробег первичной частицы в ядерном веществе; *1*—точка столкновения первичной частицы с частицей ядра; x_1—пробег частицы *1* в ядерном веществе после столкновения; *1'*—точка вылета частицы *1* из ядра; x_2—пробег ядерной частицы *2* после столкновения; *2*—точка столкновения частицы *2* с частицей *3*; $x_{2'}$—пробег частицы *2* после столкновения; *2'*—точка ее вылета из ядра; *3*—точка поглощения частицы *3*, имевшей в ядре пробег x_3.

Каскад заканчивается, когда все участвовавшие в столкновениях частицы вылетят из ядра или поглотятся в нем. Продуктами каскадного процесса являются быстрые частицы, вылетевшие из ядра, и возбужденное «послекаскадное» ядро.

Чтобы рассчитать каскадный процесс, нужно учесть все варианты попадания первичной частицы в ядро, возможные пути ее движения в ядре, различные типы столкновений с частицами ядра и т. д. Аналогичные расчеты надо провести для всех продуктов столкновения. Аналитическая запись этого процесса имеет вид многомерного интеграла, в котором связь подынтегральной функции с преде-

лами интегрирования оказывается очень сложной. Аналитический расчет каскада затрудняется также и тем, что многие характеристики каскада (например, сечение нуклон-нуклонных столкновений) не имеют аналитического выражения. Поэтому для расчета каскадного процесса используют метод статистических испытаний, или метод Монте-Карло. Рассмотрим основные особенности этого метода.

§ 10. Метод расчета

Метод статистических испытаний, используемый в расчетах внутриядерного каскада, состоит в построении искусственного случайного процесса, который моделирует реальный процесс, протекающий в ядре. Моделируются следующие характеристики каскадного процесса (см. рис. 21):

1) распределение по координатам попадания первичной частицы в ядро $p_1(R, \theta_0, \varphi_0)$, где R — радиус ядра, а θ_0 и φ_0 — полярное расстояние и долгота в сферической системе координат соответственно;

2) распределения по длине пробега первичной частицы в ядерном веществе $p_2(x)$;

3) распределения по типу, энергии и импульсу ядерной частицы — партнера по столкновению;

4) тип столкновения (упругое, неупругое, вид неупругого и т. д.) и его кинематические характеристики (угловые распределения продуктов столкновения, их энергии);

5) вылет частицы из ядра или поглощение в нем (если таковые происходят).

Аналогичным образом моделируются процессы, происходящие с продуктами столкновения во втором и более высоких поколениях каскадного процесса. Моделирование указанных характеристик состоит в разделении соответствующих им функций на равновероятные интервалы и розыгрыше этих интервалов с помощью равномерно распределенных случайных чисел.

Процедура разбиения любой функциональной зависимости $y = f(x)$ на равновероятные интервалы для случайной выборки этих интервалов заключается в следующем:

1) из функции $f(x)$ нормировкой образуют плотность вероятности:

$$p(x) = f(x) \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx; \qquad (3.4)$$

2) задают число интервалов l и определяют вероятность попадания в любой из них Δp_l и их величину $[x_i, x_{i+1}]$:

$$\Delta p_l = l^{-1} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} p(x)\,dx; \tag{3.5}$$

3) выбирают из l случайных чисел данное число i ($i = 1, 2, \ldots, l$) и фиксируют попадание в соответствующий ему интервал, границу которого x_{i+1} находят из соотношения

$$\int_{-\infty}^{x_{i+1}} p(x)\,dx = (l - i + 1)^{-1}. \tag{3.6}$$

При большом числе интервалов можно перейти к непрерывному распределению и записать (3.6) в виде:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(z)\,dz = \eta, \tag{3.7}$$

где $F(x)$ — функция распределения переменной x, а η — равномерно распределенная случайная величина.

Приведем некоторые наиболее часто встречающиеся в расчетах внутриядерного каскада функции распределения.

1. Долгота и полярное расстояние точки попадания первичной частицы в ядро:

$$F(\varphi_0) = \varphi_0/2\pi, \tag{3.8}$$

$$F(\theta_0) = \sin\theta_0, \quad \cos\theta_0 = -\sqrt{1 - \sin^2\theta_0}. \tag{3.9}$$

2. Длина пробега частицы в ядерном веществе

$$F_x = \exp\left\{\sigma_{\text{ср}} \int_0^x \rho(z)\,dz\right\}, \tag{3.10}$$

где $\sigma_{\text{ср}}$ — среднее сечение взаимодействия падающей частицы с частицами ядра, а $\rho(z)$ — плотность ядерного вещества. В случае постоянной плотности $\rho(z) = \rho_0$

$$F_0(x) = \exp\{\sigma_{\text{ср}}\,\rho_0\,x\}. \tag{3.11}$$

3. Энергия частицы — партнера по столкновению в модели вырожденного ферми-газа частиц:

$$F(E) = (E/E_F)^{3/2}, \tag{3.12}$$

где E_F — граничная энергия Ферми. Во многих случаях параметры процесса являются сами по себе однородными случайными величинами, например при розыгрыше типа партнера по столкновению, типа столкновения и т. д. В этих случаях моделирование значительно упрощается. Например, если возможны l типов столкновений с весами ν_1, ν_2, ..., $\nu_l\left(\sum_{k=1}^{l}\nu_k=1\right)$, то каждому i-му типу столкновения сопоставляется интервал $\left(\sum_{k=1}^{i}\nu_k, \sum_{k=1}^{i+1}\nu_k\right)$ и тип столкновения выбирается в зависимости от того, в какой интервал попало данное случайное число η.

Таким образом, для моделирования внутриядерного каскада методом Монте-Карло необходимо иметь равномерно распределенные случайные числа η. Их можно получить различными способами.

Можно ввести в память вычислительной машины таблицы случайных чисел (например, таблицы, полученные выборкой чисел из данных по переписи населения). Могут быть также применены датчики случайных чисел, использующие статистические свойства физических процессов (например, радиоактивного распада). Однако эти способы недостаточно удобны и редко используются в практике вычислений. Наиболее широкое применение нашел способ получения последовательности псевдослучайных чисел. В этом способе первое случайное число вырабатывается произвольным образом, а каждое последующее получается из предыдущего с помощью различных алгоритмов. Найденные таким образом числа нельзя считать случайными, поскольку они зависят друг от друга. Тем не менее при удачном подборе алгоритма последовательности этих чисел удовлетворяют известным критериям случайности [4] и их можно использовать в расчетах методом Монте-Карло.

В качестве примера алгоритмов получения последовательностей псевдослучайных чисел можно привести метод произведений [4] и метод середины квадратов чисел [5]. В первом методе вначале берется произведение двух случайных чисел η_1 и η_2, состоящих из $2n$ двоичных чисел. Из $4n$ цифр произведения $\eta_3' = \eta_1\eta_2$ выбирается число η_3, состоящее из $2n$ средних цифр (от $n+1$ до $3n$). Это число считается третьим случайным числом. Четвертое случайное число η_4 таким же способом получается из произведения $\eta_4' = \eta_3\eta_2$ и т. д. В методе середины квадратов каждое

последующее число получается при выборке средних цифр квадрата предыдущего числа.

Достоинство метода псевдослучайных чисел — это возможность двойного счета для проверки правильности работы вычислительного устройства. Недостаток — существование конечных периодов повторения последовательности. Правда, эти периоды велики и на современных электронных вычислительных машинах составляют от 10^7 до 10^{12} чисел.

Внутриядерный каскад является сложным ветвящимся процессом. Генеалогическое дерево этого процесса во многих случаях может оказаться весьма разветвленным. Поэтому важное значение приобретает способ обхода ветвей, учитывающих возможные варианты развития каскада. Один из способов вычислений состоит в том, что в памяти электронной вычислительной машины записывается все дерево, а потом производится его обработка. Недостаток этого способа — большая дополнительная загрузка оперативной памяти вычислительной машины.

Более употребителен другой способ, в котором расчет каскада проводится по поколениям. В этом способе поочередно рассчитываются и обрабатываются частицы каждого отдельного поколения. Этот метод применяется в тех случаях, когда генеалогическое дерево процесса имеет длинные ветви, но число этих ветвей невелико.

И наконец, наиболее часто используемый способ расчета — это так называемый лексиграфический способ, в котором движение происходит по одной из ветвей, а ответвления запоминаются. Расчет по данной ветви доводится до конца (до вылета или поглощения частицы), и его результаты обрабатываются. Затем таким же образом рассматривается каждое из ответвлений.

На рис. 22 приведена структурная схема программы расчета внутриядерного каскада, в которой используется разновидность лексиграфического метода [6]. Расчет начинается с действия оператора $ОП_1$, который выбирает точку входа в ядро, энергию и направление движения падающего нуклона; $ОП_2$ вычисляет пробег нуклона в ядерном веществе, а $ОП_3$ определяет место соударения.

Если пробег частицы оказался больше радиуса ядра, она считается вылетевшей и управление передается $ОП_{15}$. В противном случае расчет переходит к $ОП_4$, который выбирает из числа нуклонов ядра партнера по столкновению. Тип столкновения определяется оператором $ОП_5$.

Если столкновение нуклон-нуклонное, переходим к $ОП_6$, если π-мезон-нуклонное — к $ОП_7$; $ОП_6$ и $ОП_7$ выбирают вид столкновения (упругое, неупругое с образованием одного π-мезона, неупругое с образованием двух мезонов и т. п.), оператор $ОП_9$ проверяет запрет столкновения по Паули. Если столкновение состоялось, управление переходит к $ОП_{10}$, если нет — к $ОП_2$. $ОП_{10}$ выделяет поглотившиеся частицы, а характеристики оставшихся частиц записываются для дальнейшей обработки; $ОП_{11}$ проверяет,

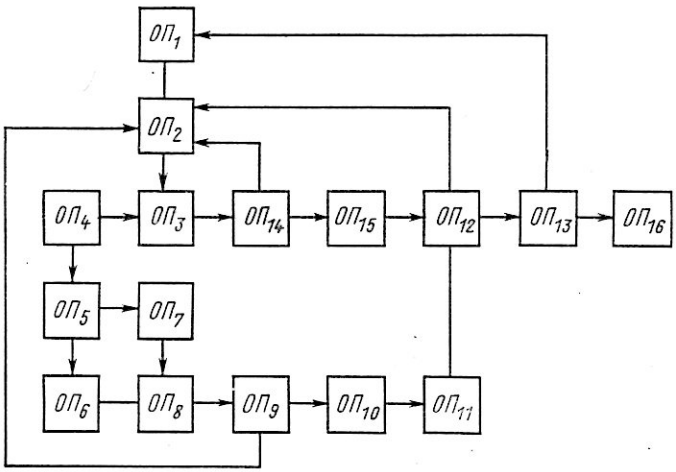


Рис. 22. Структурная схема расчета внутриядерного каскада [6].

есть ли место в блоке запоминания характеристик частиц. Если места нет, он дает команду на прекращение расчета, а если оно есть, то запоминает характеристики частиц (место соударения, кинетическую энергию, направление движения, тип частицы).

Оператор $ОП_{12}$ проверяет заполнение блока запоминания характеристик частиц. Если в блоке имеются данные о частицах, он считывает характеристики одной из частиц и передает управление в $ОП_2$. Если записанных частиц нет, управление передается в $ОП_{13}$, который обрабатывает имеющиеся результаты каскада (рассчитывает кинетическую энергию и энергию возбуждения ядра отдачи). Далее управление передается в оператор $ОП_1$, если число испытаний меньше заданного числа испытаний, а если равно ему, то в оператор $ОП_{16}$.

Вылет частиц из ядра рассчитывается оператором $ОП_{14}$. Если частица вылетает из ядра, управление передается $ОП_{15}$, если частица испытывает отражение, происходит переход к $ОП_2$; $ОП_{15}$ запоминает характеристики вылетевших частиц, а $ОП_{16}$ обрабатывает данные всех рассчитанных каскадов (строит угловые и энергетические распределения вылетевших частиц распределения ядер отдачи по энергии возбуждения и т. п.).

Точность расчетов, выполненных методом Монте-Карло, зависит как от правильного выбора параметров расчета, так и от числа проведенных испытаний, т. е. от статистики расчета.

При анализе статистической точности можно использовать обычные методы математической статистики. В частности, при сравнении расчетов с экспериментальными данными наиболее часто используется критерий согласия, известный под названием критерия χ^2. При сравнении по методу χ^2 область значений переменной, функция которой исследуется, разбивают на некоторое число интервалов (обычно оно равно числу экспериментальных точек). Определяют ν_i — число событий, попавших в данный интервал. Очевидно, $\sum_{i=1}^{l} \nu_i = n$, где n — полное число событий, а l — число интервалов. Величину χ^2 рассчитывают по формуле

$$\tilde{\chi}^2_{l-1} = \sum_{i=1}^{l} (\nu_i - np_i)^2/(np_i), \qquad (3.13)$$

где np_i — математическое ожидание величины ν_i. Вводя уровень значимости P (обычно $P \approx 0{,}05 \div 0{,}02$) и определив, попадает или нет величина χ^2_{l-1} в доверительный интервал $[\chi^2_{l-1}\ (1-\mathcal{P}),\ \chi^2_{l-1}(\mathcal{P})]$, можно (с данным уровнем значимости) установить, согласуются или расходятся расчеты с экспериментальными данными. Необходимые для этой оценки значения функций $\chi^2_{l-1}\ (\mathcal{P})$ протабулированы [4].

§ 11. Модели ядер и взаимодействие частиц в расчетах каскадного процесса

Расчеты по каскадной модели позволяют достаточно полно учесть свойства реальных ядер, а также взаимодействие частиц друг с другом и с усредненным ядерным потенциалом.

Рассматривая в каскадных расчетах определенную ядерную модель, следует задать следующие характеристики: 1) распределение плотности ядерного вещества; 2) усредненный ядерный потенциал, 3) распределения частиц в ядре по энергиям связи и по импульсам.

Наиболее достоверные сведения о распределениях плотности ядерного вещества в настоящее время можно получить из опытов по рассеянию на ядрах быстрых электронов [7]. Как известно, в этих опытах находится плотность распределения электрического заряда в ядрах, т. е. распределение

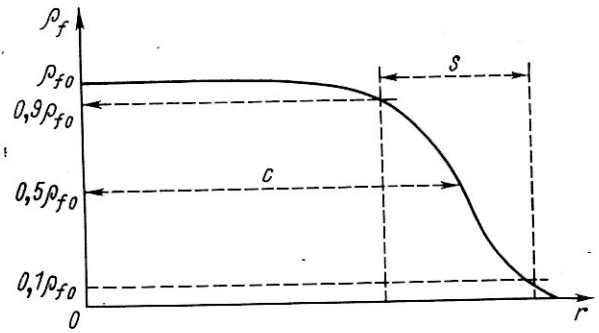


Рис. 23. Распределение Ферми.

протонов. Однако распределение нейтронов, по-видимому, мало отличается от распределения протонов [8]. Поэтому обычно считают, что распределение плотности электрического заряда совпадает с распределением плотности ядерного вещества.

Радиальную зависимость плотности ядерного вещества, полученную в опытах по рассеянию быстрых электронов, принято аппроксимировать функциями вида

$$\rho_f(r) = \rho_{0f}/[1 + \exp\{(r-c)/a\}], \qquad (3.14)$$

которые называются функциями распределения Ферми (рис. 23). Здесь c — расстояние, на котором плотность убывает в два раза по сравнению со своим максимальным значением: $\rho_f(c) = 0{,}5\ \rho_f(0)$; a — параметр диффузности, связанный с толщиной диффузного слоя соотношением $s = 4a\ \ln 3$. Толщина диффузного слоя определяется из следующих соотношений:

$$\rho_f(c-0{,}5s) = 0{,}9\rho_f(0) \text{ и } \rho_f(c+0{,}5s) = 0{,}1\rho_f(0).$$

Значения параметров c и s для некоторых ядер приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры распределения Ферми и однородного распределения с той же величиной среднеквадратического радиуса

Ядро	c, ферми	s, ферми	r_0, ферми	Ядро	c, ферми	s, ферми	r_0, ферми
^{4}He	1,10	1,4	1,30	^{51}V	3,98	2,2	1,26
^{6}Li	1,56	2,3	1,92	^{58}Ni	4,28	2,5	1,31
^{9}Be	1,80	2,0	1,39	^{59}Co	4,09	2,5	1,27
^{11}B	2,00	2,0	1,31	^{88}Sr	4,80	2,3	1,20
^{12}C	2,30	1,85	1,42	^{115}In	5,24	2,3	1,19
^{14}N	2,40	1,85	1,33	^{122}Sb	5,32	2,5	1,20
^{16}O	2,60	1,8	1,35	^{181}Ta	6,45	2,8	1,25
^{24}Mg	2,93	2,6	1,33	^{197}Au	6,38	2,32	1,18
^{28}Si	2,95	2,8	1,29	^{208}Pb	6,5	2,3	1,18
^{32}S	3,26	2,6	1,29	^{209}Bi	6,47	2,7	1,20
^{40}Ca	3,64	2,5	1,33				

Распределение (3.14) сферически симметрично. Для ядер, форма которых заметно отличается от сферической, например для ^{181}Ta, распределение плотности ядерного вещества должно зависеть также и от углов.

При использовании распределений вида (3.14) в расчетах внутриядерного каскада возникают трудности вычислительного характера, связанные с тем, что распределения дают нулевую плотность только на бесконечности. Геометрическое поперечное сечение ядра с такой плотностью, строго говоря, также равно бесконечности. Оперировать с таким распределением в расчетах по методу статистических испытаний крайне неудобно: чем больше поперечное сечение ядра, тем меньше плотность по его краям и тем большее число нуклонов пролетит сквозь ядро без взаимодействия. Это приведет к большому числу «холостых» каскадов и к ненужной загрузке электронной вычислительной машины. Поэтому в расчетах по каскадной модели используют различного рода упрощенные распределения.

Ближе всего к распределениям (2.14) находятся «о б р е з а н н ы е» р а с п р е д е л е н и я Ф е р м и [6, 9]:

$$\begin{cases} \rho_i^{(0)}(r) = \rho_i(r) \text{ при } r \leqslant R_0; \\ \rho_i^{(0)}(r) = 0 \text{ при } r \geqslant R_0. \end{cases} \tag{3.15}$$

Радиус обрезания R_0, который принимается за радиус ядра, рассчитывают из условия $\rho_f(R_0) = 0{,}1\ \rho_f(0)$ (рис. 24).

В работе [10] в качестве распределения плотности ядерного вещества использовалось трапецеидальное распределение:

$$\begin{cases} \rho_t(r) = \rho_0 & \text{при } r < b_1; \\ \rho_t(r) = \rho_0 (b_1 - r)/(b_2 - b_1) & \text{при } b_1 \leqslant r \leqslant b_2; \\ \rho_t = 0 & \text{при } r > b_2. \end{cases} \quad (3.16)$$

Константы b_1 и b_2 в этих распределениях подбирали таким образом, чтобы трапецеидальное распределение наилучшим

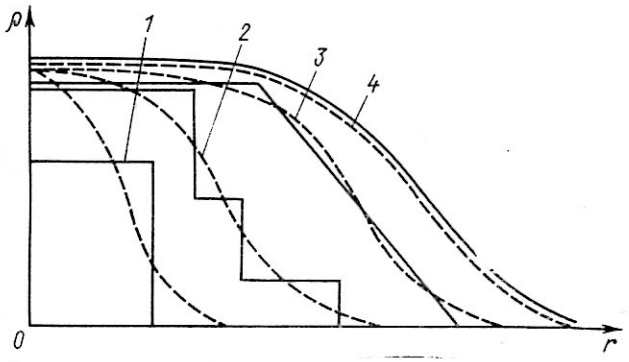


Рис. 24. Функции распределения плотности ядерного вещества, используемые в расчетах внутриядерного каскада:

1 — однородное распределение; *2* — ступенчатое; *3* — трапецеидальное; *4* — «обрезанное» распределение Ферми. Штриховыми линиями показаны соответствующие распределения Ферми.

образом аппроксимировало соответствующее распределение Ферми.

В работе [11] диффузную границу ядра учитывали путем разбиения ядра концентрическими сферами на три области. Внутри каждой области плотность ядерного вещества считали постоянной и равной среднему значению плотности распределения Ферми.

В большинстве расчетов по каскадной модели диффузную границу ядра не учитывали и ядро представляли в виде сферы с постоянной плотностью и радиусом $R = \tilde{r}_0 A^{1/3}$ при $\tilde{r}_0 = 1{,}3 \div 1{,}4$ *ферми*. Правильнее было бы в данном случае использовать эквивалентные однородные распределения с теми же значениями среднеквадратического радиуса r_0, ко-

торые получаются из распределений Ферми. Величины r_0 приведены в табл. 1. Как видно из этой таблицы, параметр r_0 испытывает колебания в пределах от 1,2 до 1,4 *ферми*.

Рассмотрим теперь вопрос о форме усредненного ядерного потенциала, в котором происходит движение частиц, участвующих в каскаде. Наилучшим приближением для такого потенциала в настоящее время, по-видимому, является реальная часть потенциала оптической модели в форме Вудса — Саксона* [см. соотношение (2.21)]. Этот потенциал повторяет по форме распределение плотности ядерного вещества, даваемое функцией Ферми, но сдвинут в область больших расстояний от центра ядра на величину $\Delta r \approx (0{,}8 \pm 0{,}3)$ *ферми* [8]. Важной особенностью этого потенциала является зависимость от энергии частиц: с увеличением энергии величина этого потенциала постепенно уменьшается до нуля.

Однако введение такого потенциала в расчет каскадного процесса связано с большими дополнительными вычислениями, и поэтому в большинстве случаев при расчетах ядерный потенциал аппроксимируют прямоугольной сферической ямой. Потенциал в таком виде значительно более удобен для расчетов, так как в этом случае частицы вне и внутри потенциальной ямы движутся как свободные по прямолинейным траекториям. Искривление траектории (преломление или отражение) наблюдается только на границе потенциальной ямы. Радиус прямоугольного потенциала, как правило, считают равным радиусу ядра, рассчитанному по модели однородной сферы. В работе [6], где в качестве распределения плотности ядерного вещества использовалось «обрезанное» распределение Ферми, радиус прямоугольного потенциала полагали равным радиусу обрезания, поскольку в этом случае преломление вылетающих из ядра частиц мало отличается от преломления частиц на соответствующем потенциале Вудса — Саксона.

Ступенчатый потенциал, повторяющий ступенчатое распределение плотности ядерного вещества, использовался в работах [10, 11].

В расчетах по каскадной модели должны быть заданы также распределения частиц в ядре по энергиям связи

---

* Напомним, что мнимая часть потенциала оптической модели описывает поглощение частиц, которое в каскадной модели учитывается непосредственно введением длины свободного пробега частицы в ядерном веществе.

$N(\varepsilon_2)$, и по импульсам $N(p_2)$. Экспериментальные данные о распределениях протонов по энергиям связи в легких ядрах и части ядер среднего атомного веса получены при исследованиях реакций $(p, 2p)$ [12] (см. § 6). Если предположить, что для нейтронов соответствующие характеристики мало отличаются от характеристик для протонов, то можно было бы использовать эти данные в расчетах внутриядерного нуклонного каскада. Однако пока имеется лишь одна работа, в которой сделана попытка учесть экспериментальные данные по энергиям связи [13] (рис. 25). В остальных работах, как правило, используют распределение по энергиям связи, даваемое моделью вырожденного ферми-газа, т. е. распределение вида $N(\varepsilon_2) \sim (U_0 - \varepsilon_{20} - \varepsilon_2)^{1/2}$, где U_0 — глубина потенциальной ямы, а ε_{20} — энергия связи наименее связанного нуклона (здесь, как и ранее, под энергией связи мы подразумеваем ее абсолютную величину).

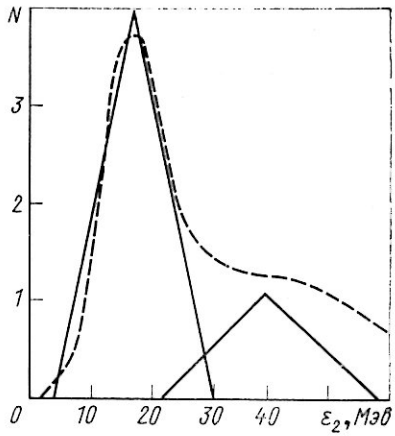


Рис. 25. Распределение нуклонов по энергиям связи в ядре ^{12}C, использовавшееся в работе [13]. Штриховая линия — распределение по энергиям связи, полученное в реакциях $(p, 2p)$ [12]; сплошные кривые — распределения, использовавшиеся в расчетах работы [13].

Значения U_0 и ε_{20}, используемые в модели вырожденного газа Ферми, приведены в табл. 2. В том случае, когда используется ступенчатое распределение плотности ядерного вещества и соответствующий ему ступенчатый ядерный потенциал, распределение по энергиям связи в каждой из областей рассчитывается как для вырожденного ферми-газа соответствующей плотности [10, 11].

Выбор распределения частиц в ядре по импульсам, так же как и выбор распределения по энергиям связи, — проблема достаточно сложная. До сих пор не проводились расчеты, в которых бы использовались данные об импульсных распределениях нуклонов в ядрах, полученные при исследованиях реакций $(p, 2p)$ (см. § 7). При расчетах в работах [6, 9] использовалось обрезанное гауссово распределение

Характеристика модели ядра (вырожденный ферми-газ),

Ядро	Граничные энергии Ферми		Средние энергии связи наименее связанного нуклона ε_{20}, *Мэв*
	Для протонов E_{F_p}, *Мэв*	Для нейтронов E_{F_n}, *Мэв*	
^{27}Al	27,8	29,5	9,1
^{64}Cu	26,7	30,2	8,4
^{100}Ru	26,2	30,7	7,9
^{140}Ce	25,2	31,7	7,3
^{209}Bi	24,4	32,2	6,4
^{238}U	24,0	32,7	6,1

* Полный ядерный потенциал $U_p = E_{F_p} + \varepsilon_{20}$, $U_n = E_{F_n} + \varepsilon_{20}$.

2* Энергия обрезания $E_D = \frac{E_{F_p} + E_{F_n}}{2} + \varepsilon_{20} + E_c$.

по импульсам с параметрами, найденными в опытах по квазисвободному рассеянию протонов на ядрах (см. § 5).

Чаще всего при расчетах в качестве импульсного распределения нуклонов в ядре использовали распределение ферми-газа.

Рассмотрим вопрос о взаимодействии частиц в ядре друг с другом и с усредненным ядерным потенциалом.

Для расчета пробегов нуклонов в ядерном веществе необходимо задать сечения (p, p)-, (n, n)-и (p, n)-рассеяния: σ_{pp}, σ_{nn} и σ_{pn}. В работах [14, 15] сечения σ_{pp} и σ_{nn} считали одинаковыми и в области энергий от 10 до 335 *Мэв* определяли из следующего эмпирического соотношения:

$$\sigma_{pp} = \sigma_{nn} = \sigma_{ii} = [(10{,}63/\beta^2) - (29{,}92/\beta) + 42{,}4] \text{ мбарн}, \quad (3.17)$$

где $\beta = v/c$; v — скорость падающего нуклона (ударяемый нуклон неподвижен), а c — скорость света. Сечения (p, n)-рассеяния в этой же области энергий определяли из соотношения

$$\sigma_{pn} = \sigma_{ij} = [(34{,}10/\beta^2) - (82{,}2/\beta) + 82{,}2] \text{ мбарн}. \quad (3.18)$$

Точность, с которой формулы (3.17) и (3.18) аппроксимируют экспериментальные данные, составляет около 6%.

При энергиях от 335 *Мэв* до 2 *Гэв* полные сечения нуклон-нуклонного взаимодействия в работах [14, 15] задавали

Таблица 2

которая использовалась при расчетах в работах [14, 15]

Полный ядерный потенциал*		Кулоновская энергия на поверхности ядра E_c, *Мэв*	Энергия обрезания[2]* E_D, *Мэв*
Для протонов U_p, *Мэв*	Для нейтронов U_n, *Мэв*		
36,9	38,6	4,8	42,5
35,1	38,6	8,0	44,9
34,1	38,6	10,5	46,8
32,5	39,0	12,4	48,2
30,8	38,6	15,5	50,2
30,1	38,8	16,5	50,9

в виде таблицы, построенной на основе экспериментальных данных (табл. 3). Величину сечения определяли линейной интерполяцией табличных данных.

Таблица 3

Полные сечения взаимодействия нуклонов

Кинетическая энергия нуклона в лабораторной системе координат, *Мэв*	σ_{ii}, *мбарн*	σ_{ij}, *мбарн*	Кинетическая энергия нуклона в лабораторной системе координат, *Мэв*	σ_{ii}, *мбарн*	σ_{ij}, *мбарн*
335	24,5	33,0	840	47,2	37,9
410	26,4	34,0	1 160	48,0	40,2
510	30,4	35,1	1 780	44,2	42,7
660	41,2	36,5	3 900	41,0	42,0

Для расчета угловых распределений упруго рассеянных нуклонов в работах [14, 15] использовалась формула

$$(d\sigma/d\Omega) \sim A\cos^4 0 + B\cos^3 0 + 1. \qquad (3.19)$$

Константы A и B в этой формуле подбирались таким образом, чтобы получить наилучшее согласие с экспериментальными данными (табл. 4). В области энергий, меньших

335 *Мэв*, необходимые для расчетов значения констант A и B получали линейной интерполяцией табличных значений. При энергиях от 335 *Мэв* до 2 *Гэв* константы A и B считали постоянными в указанных в табл. 4 интервалах энергии.

Таблица 4

Значения констант A и B в угловых распределениях упруго рассеянных нуклонов

Энергия нуклона в системе центра инерции, *Мэв*	(n,n)- и (p,p)-рассеяние		(n,n)- и (p,p)-рассеяние	
	A_{ii}	B_{ii}	A_{ij}	B_{ij}
0	0	0	0	0
43	0	0	2,10	—0,22
86	0	0	5,80	—0,70
129	0	0	6,95	—0,56
173	0,05	0	4,30	—0,10
216	0,29	0	3,50	+0,20
259	0,80	0	4,15	+0,50
302	1,85	0	5,35	+0,70
335—410	0,1	0	2,2	—1,0
410—510	0,9	0	1,8	—1,1
510—660	2,7	0	2,3	—0,7
660—840	9,0	0	8,8	—0,2
830—1160	14,3	0	15,0	0
1160—1780	19,2	0	29,4	0
>1780	∞	0	∞	0

При расчетах каскадного процесса в работах [14, 15] учитывали также процессы неупругого взаимодействия нуклонов друг с другом и взаимодействие мезонов с нуклонами ядра. Полное сечение π-мезон-нуклонного рассеяния при энергиях ниже 51 *Мэв* рассчитывали по формулам:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{ii} &= [3{,}7 + 285\,(\gamma - 1)^3]\ \textit{мбарн};\\ \sigma_{ij} &= [6{,}5 + 23{,}9\,(\gamma - 1)]\ \textit{мбарн}.\end{aligned}\right\} \qquad (3.20)$$

Здесь $\sigma_{ii} = \sigma_{\pi^- n} = \sigma_{\pi^+ p}$ — сечения (π^-, n)- или (π^+, p)-рассеяния; $\sigma_{ij} = \sigma_{\pi^- p} = \sigma_{\pi^+ n}$ — сечения (π^-, p)- или (π^+, p)-рассеяния, а γ — полная энергия π-мезона в единицах энергии покоя мезона $m_{0\pi} c^2$ ($m_{0\pi}$ — масса покоя мезона). Сечения (π^0, p)- и (π^0, n)-рассеяния в рассматриваемых расчетах считались одинаковыми и равными 0,5 $(\sigma_{ii} + \sigma_{ij})$.

Поглощение π-мезонов в ядерном веществе рассчитывали в предположении двунуклонного механизма поглощения.

При энергиях, меньших 51 *Мэв*, величину сечения поглощения определяли по формуле

$$\sigma_{ij(abs)} = 16{,}4\,(0{,}14 + \eta^2)/\eta \ \textit{мбарн}, \qquad (3.21)$$

в которой η — импульс мезона в единицах $m_{0\pi}c$.

При энергиях, больших 51 *Мэв*, сечения σ_{ii}, σ_{ij} и $\sigma_{ij(abs)}$ для мезонов находили линейной интерполяцией экспериментальных данных, приведенных в табл. 5. Пробег мезона в ядерном веществе определяли по полному сечению взаимодействия, равному сумме сечений рассеяния и поглощения.

Таблица 5

Полное сечение рассеяния и поглощения π-мезонов при взаимодействии с нуклонами [14, 15]

Кинетическая энергия мезона в системе покоящегося нуклона, *Мэв*	σ_{ii}, *мбарн*	σ_{ij}, *мбарн*	$\sigma_{ij\,(abs)}$, *мбарн*
49	16	15	20
85	50	21	32
128	114	43	45
184	200	66	36
250	110	44	18
350	51	23	0
540	20	22	0
$\geqslant$1300	30	30	0

В некоторых последующих расчетах внутриядерного каскада авторы использовали уточненные формулы для аппроксимации экспериментальных данных. В частности, при расчетах в работе [10] сечение рассеяния аппроксимировали соотношениями:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{ij} = (5057{,}4/E^2 + 9069{,}2/E + 6{,}9466)\ \textit{мбарн} \\
&\quad \text{при } E \leqslant 40\ \textit{Мэв}; \\
&\sigma_{ij} = (239380/E^2 + 18020/E + 27{,}147)\ \textit{мбарн} \\
&\quad \text{при } 40 < E \leqslant 400\ \textit{Мэв}; \\
&\sigma_{ij} = 34{,}5\ \textit{мбарн} \ \text{при}\ 400 \leqslant E \leqslant 800\ \textit{Мэв},
\end{aligned}\right\} \qquad (3.22)$$

где E — кинетическая энергия нуклона.

Для расчета сечений (p, p)- и (n, n)-рассеяния использовали формулы:

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{ii} = (1174{,}8/E^2 + 3088{,}5/E + 5{,}3107)\ мбарн \\
&\quad \text{при } E \leqslant 40\ Мэв; \\
&\sigma_{ii} = (93074/E^2 + 11{,}148/E + 22{,}429)\ мбарн \\
&\quad \text{при } 40 < E \leqslant 310\ Мэв; \\
&\sigma_{ii} = (887{,}37/E^2 + 0{,}05331E + 3{,}5475)\ мбарн \\
&\quad \text{при } 310 < E \leqslant 800\ Мэв.
\end{aligned}\right\} \qquad (3.23)$$

Угловые распределения упруго рассеянных нуклонов в этих расчетах рассчитывали с помощью таблиц (табл. 6 и 7) [16—23]. При расчете (p, p)-столкновений учитывали только ядерную часть сечения рассеяния. Полное сечение (p, p)-рассеяния было взято из обзорной работы [24] (табл. 8).

Частицы, участвующие в каскадном процессе, взаимодействуют с усредненным ядерным потенциалом. В модели прямоугольной потенциальной ямы это взаимодействие носит локальный характер, происходит только на границе потенциальной ямы. В моделях с гладким потенциалом частица взаимодействует с потенциалом непрерывно, на всех участках траектории. В результате этого взаимодействия траектория частицы значительно изменяется — частица испытывает преломление и в некоторых случаях полное отражение.

К сожалению, часто при расчетах каскадного процесса эффекты преломления и отражения частиц не учитываются совсем. Исключением являются работы [6, 9, 10]. В работах [6, 9] ядерный потенциал выбирали в виде прямоугольной потенциальной ямы и при расчетах преломления и отражения вылетающих из ядра частиц (нуклонов и мезонов) предполагали, что при прохождении частицей потенциальной ступеньки глубиной U_0 радиальная составляющая ее импульса уменьшается на величину

$$\Delta p_r = p_{1r} - p_{2r}, \qquad (3.24)$$

где p_{1r} и p_{2r} — радиальные составляющие до и после прохождения барьера. Величину импульса частицы после прохождения барьера рассчитывали из закона сохранения энергии

$$\sqrt{p_1^2 c^2 + m_0^2 c^4} = \sqrt{p_2^2 c^2 + m_0^2 c^4} + U_0, \qquad (3.25)$$

где p_1 и p_2 — полный импульс падающей и прошедшей барьер частицы соответственно; m_0 — ее масса покоя, а U_0 —

Таблица 6

Угловое распределение упруго рассеянных нейтронов при (n, p)-столкновениях*

cos θ	E, Мэв									
	14	40	60	90	135	200	300	400	600	800
1,00	0,080	0,099	0,127	0,162	0,183	0,260	0,179	0,226	0,426	0,626
0,99	0,080	0,099	0,125	0,154	0,163	0,213	0,160	0,180	0,343	0,465
0,96	0,080	0,097	0,120	0,132	0,139	0,137	0,134	0,148	0,235	0,317
0,90	0,080	0,095	0,111	0,113	0,121	0,104	0,111	0,123	0,179	0,222
0,8	0,080	0,091	0,098	0,096	0,096	0,080	0,099	0,104	0,137	0,152
0,7	0,080	0,088	0,088	0,082	0,076	0,069	0,089	0,091	0,109	0,116
0,6	0,080	0,085	0,079	0,073	0,062	0,062	0,081	0,081	0,089	0,091
0,5	0,080	0,082	0,072	0,067	0,053	0,057	0,073	0,074	0,074	0,072
0,4	0,080	0,079	0,068	0,063	0,0490	0,052	0,066	0,068	0,063	0,061
0,3	0,080	0,075	0,065	0,060	0,0480	0,0478	0,059	0,062	0,055	0,052
0,2	0,080	0,073	0,065	0,057	0,0476	0,0445	0,054	0,056	0,0481	0,0447
0,1	0,080	0,071	0,064	0,055	0,0478	0,0436	0,050	0,052	0,0422	0,0398
0	0,080	0,071	0,064	0,055	0,0486	0,0458	0,0488	0,0493	0,0378	0,0353
—0,1	0,080	0,071	0,065	0,057	0,051	0,051	0,0480	0,0472	0,0348	0,0317
—0,2	0,080	0,071	0,067	0,060	0,055	0,057	0,0494	0,0467	0,0331	0,0293
—0,3	0,080	0,072	0,069	0,063	0,060	0,064	0,052	0,0482	0,0334	0,0284
—0,4	0,080	0,073	0,072	0,068	0,067	0,071	0,057	0,052	0,0365	0,0291
—0,5	0,080	0,075	0,075	0,075	0,074	0,080	0,063	0,058	0,0430	0,0313
—0,6	0,080	0,077	0,079	0,082	0,083	0,090	0,072	0,068	0,052	0,0407
—0,7	0,080	0,079	0,084	0,092	0,096	0,101	0,086	0,082	0,067	0,056
—0,8	0,080	0,082	0,090	0,105	0,120	0,121	0,108	0,102	0,089	0,078
—0,9	0,080	0,086	0,001	0,123	0,160	0,151	0,143	0,134	0,126	0,109
—0,96	0,080	0,090	0,107	0,141	0,193	0,196	0,182	0,180	0,170	0,138
—0,99	0,080	0,094	0,112	0,159	0,216	0,254	0,234	0,252	0,235	0,183
—1,00	0,080	0,095	0,113	0,187	0,224	0,279	0,331	0,389	0,329	0,268

* Дифференциальные сечения упруго рассеянных нейтронов под данным углом θ в системе центра инерции и при данной кинетической энергии падающего нуклона E в лабораторной системе координат приведены в относительных единицах $(d\sigma_{el}/d\Omega)/\sigma_{el}$, где σ_{el} — полное сечение упругого рассеяния

Таблица 7

Угловое распределение упруго рассеянных нуклонов при (p, p)- и (n, n)-столкновениях*

cos θ	E, Мэв											
	20	40	60	80	100	170	250	310	350	460	560	660	800
1,00	0,159	0,201	0,194	0,216	0,246	0,299	0,278	0,221	0,190	0,198	0,368	0,72	0,92
0,96	0,159	0,195	0,184	0,202	0,225	0,255	0,231	0,187	0,168	0,192	0,261	0,318	0,444
0,9	0,159	0,187	0,171	0,187	0,202	0,210	0,186	0,159	0,171	0,171	0,210	0,264	0,363
0,8	0,159	0,176	0,162	0,174	0,179	0,174	0,160	0,155	0,156	0,163	0,182	0,219	0,265
0,7	0,159	0,169	0,160	0,164	0,164	0,157	0,153	0,155	0,156	0,161	0,165	0,184	0,193
0,6	0,150	0,160	0,157	0,156	0,155	0,146	0,150	0,156	0,156	0,158	0,153	0,156	0,143
0,4	0,159	0,146	0,154	0,148	0,144	0,140	0,150	0,156	0,157	0,157	0,139	0,115	0,076
0,2	0,159	0,143	0,154	0,146	0,138	0,140	0,148	0,158	0,162	0,151	0,128	0,091	0,0475
0	0,159	0,143	0,154	0,145	0,138	0,140	0,148	0,159	0,162	0,147	1,123	0,082	0,0399

* Дифференциальные сечения упруго рассеянных нуклонов под данным θ углом в системе центра инерции и при данной кинетической энергии падающего нуклона E в лабораторной системе координат приведены в относительных единицах $\Delta\sigma'_{el} = 2 \times (d\sigma_{el}/d\Omega)/\sigma_{el}$, где σ_{el} — полное сечение упругого рассеяния.

Таблица 8

Полное сечение упругого рассеяния σ_{el} и полное сечение нуклон-нуклонных столкновений σ_{tot} в зависимости от энергии падающего нуклона в лабораторной системе координат E

(n, p)-столкновения			(p, p)- и (n, n)-столкновения		
E, *Мэв*	σ_{el}, *мбарн*	σ_{tot}, *мбарн*	E, *Мэв*	σ_{el}, *мбарн*	σ_{tot}, *мбарн*
25	381	381	40	80,6	80,6
40	214,5	214,5	60	48,0	48,0
60	130,0	130,0	80	36,6	36,6
90	78,0	78,0	100	31,6	31,6
135	53,5	53,5	170	25,9	25,9
			250	24,0	24,0
200	41,6	41,6	310	23,1	23,1
300	35,9	35,9	350	23,1	24,0
400	33,5	34,2	460	23,5	28,3
600	25,9	34,3	560	24,9	33,6
800	18,9	34,9	660	25,0	41,5
			800	22,3	47

глубина потенциальной ямы. В том случае, когда оказывалось, что $\Delta p \leqslant 0$, частицу считали отразившейся. В работе [10] преломление учитывали не только для вылетающих из ядра, но и для падающих на ядро частиц. При этом, поскольку использовался ядерный потенциал ступенчатой формы, преломление рассчитывали на каждой ступеньке.

Анализируя классический метод расчета каскадной модели (см. § 9), мы отмечали, что наибольшие трудности в обосновании этого метода возникают при рассмотрении взаимодействия каскадных частиц с ядерным потенциалом. Нетрудно показать, что классический расчет взаимодействия с ядерным потенциалом во многих случаях может дать результат, который существенно отличается от результата последовательного квантовомеханического рассмотрения. Пусть, например, на ядро падает поток частиц, орбитальный момент которых относительно центра ядра в области действия ядерных сил близок к нулю. Такие частицы согласно квантовой механике испытывают на ядерном потенциале почти сферически симметричное рассеяние. В то же время если частицы классические, то их угловое распределение существенно отличается от изотропного: они преимущественно рассеиваются вперед. Этот пример по-

казывает, что к классическим расчетам преломления и отражения каскадных частиц следует подходить с большой осторожностью.

Однако некоторые характеристики взаимодействия каскадных частиц с ядерным потенциалом можно учесть достаточно точно. Такой характеристикой, в частности, является вероятность проникновения частиц через потенциальный барьер. В настоящее время имеется лишь небольшое число работ, посвященных расчетам проницаемостей и зависящих от них величин. В работах [25, 26] приведены результаты расчетов поперечных сечений образования составного ядра. Ядерный потенциал при расчетах представлялся в виде прямоугольной потенциальной ямы, а волновая функция частицы внутри ядра принималась равной $C\exp(-i\mathbf{kr})$. После того как в опытах по рассеянию быстрых электронов на ядрах было установлено, что ядро имеет диффузную границу, появились еще две работы [27, 28], в которых оценивается влияние диффузной границы на коэффициенты прохождения. В работе [27] рассчитаны проницаемости различных ядер для медленных частиц (*s*-волна), в работе [28] — проницаемости ядра ^{118}Sn для протонов с энергиями от 1 до 10 *Мэв*. В этих работах из-за больших вычислительных трудностей при расчете проницаемостей заряженных частиц использовался приближенный метод ВКБ. Было установлено, что введение диффузной границы приводит к увеличению проницаемостей.

Общий недостаток этих работ — небольшой интервал энергий и орбитальных моментов частиц, для которых проведены расчеты. Поэтому использовать результаты указанных работ в расчетах по каскадной модели нельзя. Впервые подробные расчеты проницаемостей для группы ядер в широкой области энергий (от 5 до 130 *Мэв*) и орбитальных моментов (до $l = 20$ при $E = 130$ *Мэв*) были выполнены в работе [29]. В этой работе использовался зависящий от энергии трапецеидальный потенциал с параметрами, подобранными в соответствии с экспериментальными данными по упругому рассеянию электронов.

Схема расчета, а также результаты расчетов проницаемостей на ядрах ^{12}C, ^{16}O, ^{27}Al, ^{56}Fe и ^{79}Br приведены в Приложении 4.

В литературе имеются также данные о проницаемостях ядер ^{64}Zn, ^{144}Nd и ^{232}Th [30]. К сожалению, они ограничиваются значениями орбитальных моментов $0 < l < 8$ и энергией $0 < E < 14$ *Мэв*.

§ 12. Распад возбужденных ядер

Внутриядерный каскад завершается вылетом быстрых частиц и образованием остаточных ядер со средней энергией возбуждения от 50 до 100 *Мэв*. Процесс распада таких ядер очень сложен и зависит как от предшествующей ему каскадной стадии, так и от структуры начального ядра-мишени. В связи с отсутствием какой-либо теории, адекватной этому процессу, для описания распада остаточных ядер используют модельные представления, разработанные в смежных областях ядерной физики. К таким модельным представлениям относятся статистическая модель множественного образования частиц Ферми [31—33] и модель испарения Бора — Вайскопфа [34—36].

Условием применимости этих моделей является независимость способа распада системы от способа ее образования. Очевидно, это требование противоречит действительной картине распада остаточных ядер и его можно принять только как грубое приближение.

В том случае, когда каскад развивается в легком ядре, образование возбужденного ядра можно рассматривать как процесс мгновенного выделения большой порции энергии в ядерном объеме. Если взаимодействие частиц друг с другом достаточно велико, то энергия, согласно статистическим законам, быстро распределится по всем степеням свободы. Затем объем, в котором находятся ядерные частицы, начнет быстро расширяться, концентрация энергии упадет и ядро распадется на составлявшие его частицы. Такой процесс распада ядер будем называть прямым распадом и для его описания пользоваться результатами теории множественного образования частиц Ферми.

Приведем некоторые количественные соотношения. Рассмотрим процесс распада, в результате которого n взаимодействовавших частиц, находившихся в объеме Ω в состоянии Φ_Ω, переходят в новое состояние Φ_n, взаимодействие в котором между ними отсутствует. Вероятность такого распада определяется соотношением

$$W_{n\Omega} = (2\pi/\hbar)\,|\,(\Phi_n, T\Phi_\Omega)\,|^2\,\rho_n\,(E_к), \qquad (3.26)$$

где $\hat{T}$ — оператор взаимодействия частиц, имеющий, очевидно, смысл, отличный от ранее введенного [см. формулу (1.17)] оператора рассеяния, а $\rho_n\,(E_к)$ — число конечных состояний в единичном энергетическом интервале.

В модели Ферми предполагается, что квадрат матричного элемента оператора взаимодействия пропорционален вероятности того, что все частицы, отвечающие данному состоянию, одновременно находятся в объеме Ω (в системе центра инерции):

$$|(\Phi_n, \hat{T}\Phi_\Omega)|^2 = D^2 (\Omega/V)^{n-1}, \qquad (3.27)$$

где V — нормировочный объем, а D — постоянная, равная по порядку величины потенциальной энергии частиц в ядре (показатель степени равен $n-1$, а не n, так как в системе центра инерции независимыми переменными являются импульсы и координаты только $n-1$ частиц).

Плотность числа конечных состояний в нерелятивистском случае с учетом законов сохранения энергии и импульса выражается следующим образом [37]:

$$\rho_n(E_к) = \frac{(2\pi)^{(3n-1/2)} N V^{n-1} \prod_{i=1}^{n} M_i^{3/2} E_к^{(3n-5/2)}}{h^{3(n-3)} N' \Gamma[3(n-1)/2] M^{3/2}}. \qquad (3.28)$$

Здесь $E_к$ — полная кинетическая энергия в конечном состоянии; M_i — масса i-й частицы; $M = \sum_{i=1}^{n} M_i$; Γ — гамма-функция, а N и N' учитывают число проекций спина и тождественность частиц: $N = \prod_{i=1}^{n} (2I_i + 1)$, где I_i — спин i-й частицы, и $N' = \prod_{j=1}^{n'} n_j$, где n' — число групп тождественных частиц, а n_j — число частиц в j-й группе.

Окончательное выражение для вероятности распада в модели Ферми получим, подставив (3.27) и (3.28) в (3.26):

$$W_{n\Omega} = \frac{(2\pi)^{(3n+1/2)} N D^2 \Omega^{n-1} \prod_{i=1}^{n} M_i^{3/2} E_к^{(3n-5/2)}}{h^{3n-2} N' \Gamma[3(n-1)/2] M^{3/2}}. \qquad (3.29)$$

В этом выражении только два параметра — D и Ω. При расчете относительных вероятностей распада остается только один параметр Ω — объем, в котором находятся в начальный момент взаимодействующие частицы. В расчетах прямого распада сильно возбужденных ядер этот объем обычно считают равным объему ядра, рассчитанному по модели однородной сферы: $\Omega 4\pi r_0^3 A/3$, где $r_0 \approx 1{,}3$ *ферми*, и A — массовое число ядра.

Модель прямого распада можно использовать только в том случае, если энергия возбуждения, приходящаяся на отдельные частицы ядра, значительно больше их энергий связи, т. е. этой моделью целесообразно пользоваться при рассмотрении распада сильно возбужденных легких ядер.

В случае тяжелых ядер и ядер среднего атомного веса перераспределение энергии возбуждения часто приводит к тому, что ни одна из частиц не сможет вылететь из ядра. Должно будет пройти значительное время, пока на одной из частиц сконцентрируется энергия, необходимая для ее излучения. Состояния таких ядер будут иметь много общего с состояниями возбужденных составных ядер, распад которых рассматривается как процесс испарения частиц «нагретым» ядром [38].

Рассматривая термодинамическое равновесие между возбужденным ядром и «насыщенным паром» частиц, можно вероятность распада ядра с испусканием некоторой частицы выразить через сечение образования составного ядра той же самой частицей:

$$W(E_к)\,dE_к = \frac{(2I+1)\,M\,\sigma_c(E_к, U_B)\,\omega_B(U_B)}{\pi^3\hbar^3\,\omega_A(U_A)}\,dE_к. \quad (3.30)$$

В этой формуле индексы A и B относятся к начальному (до испарения частицы) и конечному (после испарения) состояниям; $E_к$, M и I—кинетическая энергия, масса и спин испаряемой частицы соответственно; $\sigma_c(E_к, U_B)$ — сечение образования составного ядра этой же частицей (где U_B — энергия возбуждения бомбардируемого ядра) и $\omega_A(U_A)$, $\omega_B(U_B)$ — плотности уровней ядер A и B, имеющих соответствующие энергии возбуждения.

Чтобы по формуле (3.30) рассчитать вероятность распада, нужно знать сечение образования составного ядра и плотность уровней начального и конечного ядер. Сечение образования составного ядра при данной энергии возбуждения можно получить из экспериментальных данных, если известна его зависимость от энергии возбуждения бомбардируемого ядра. Обычно этой зависимостью пренебрегают и считают*, что

$$\sigma_c(E_к, U_B) = \sigma_c(E_к, 0). \quad (3.31)$$

* Более подробное освещение этой, а также некоторых других проблем модели испарения можно найти в работах [39, 40].

Плотность уровней ядра, входящую в формулу (3.30), принято выражать в виде функции от энергии возбуждения U и некоторого параметра a, называемого параметром плотности уровней. В модели газа Ферми невзаимодействующих частиц плотность уровней через энергию возбуждения и параметр a выражается следующим образом:

$$\omega(U) = C \exp\left(2\sqrt{aU}\right). \tag{3.32}$$

Здесь $a = \pi^2 A/4E_F$ (A — число частиц данного сорта в ядре, E_F — граничная энергия Ферми) и C — слабо меняющаяся функция (обычно ее считают постоянной).

В практике при расчетах по модели испарения использовались и другие зависимости:

$$\omega(U) = C \exp(U/t) \quad [41] \tag{3.33}$$

(t — температура);

$$\omega(U) = CU^{-2} \exp\left(2\sqrt{aU}\right) \quad [42]; \tag{3.34}$$

$$\omega(U) = CA^{-2}(U+\tau)^{-2} \exp\left[2(AU/11)^{1/2} + \frac{3}{32}(11/U)^{2/3}\right] [43], \tag{3.35}$$

где $\tau = (10{,}5U/A)^{1/2} - 7{,}9/A$.

Сравнение расчетов, в которых использовались эти формулы, с экспериментальными данными показало, что эксперименту лучше удовлетворяет формула (3.34) [44].

До сих пор мы рассматривали процесс испарения как процесс эмиссии одной частицы. Однако если энергия возбуждения остаточного ядра значительно больше энергии, теряемой при испарении одной частицы, то становится возможным испускание нескольких частиц. Предполагая, что и при больших энергиях возбуждения частицы испускаются ядром последовательно и независимо, а ядро между двумя последовательными актами испускания успевает прийти в состояние термодинамического равновесия, можно рассчитать каскадное испарение нескольких частиц, используя в качестве основы соотношения, полученные для одной частицы.

Такие расчеты были выполнены некоторыми авторами. Применялись различные методы, как приближенные аналитические [45—49], так и метод Монте-Карло [50—52].

В расчетах каскадного испарения по методу Монте-Карло чаще всего используется схема, разработанная Ле-

Кутером [47]. В этих расчетах плотность уровней выражается формулами (3.32) или (3.34), а параметр плотности уровней a записывается различным образом в зависимости от типа излучаемой частицы. В частности, для нейтронов, протонов и ядер трития он имеет вид

$$\left.\begin{aligned} a_n^{1/2} &= a_0^{1/2}(1-1{,}30/A);\\ a_p^{1/2} &= a_0^{1/2}(1+1{,}30/A);\\ a_t^{1/2} &= a_0^{1/2}(1-A^{-1}-1{,}3A^{-1}0), \end{aligned}\right\} \qquad (3.36)$$

где $0 = (N-Z)\,A^{-1}$, N и Z — число нейтронов и протонов в ядре соответственно; $A = N + Z$, а параметр a_0 принимает значения от 0,05 до 0,1 *Мэв*.

§ 13. Расчеты внутриядерного нуклонного каскада

Рассмотрим некоторые результаты расчетов внутриядерного нуклонного каскада, т. е. каскада, в котором не учитывалось взаимодействие со сложными внутриядерными образованиями.

Прозрачность ядер и полное сечение неупругого взаимодействия. Прозрачность ядер (прозрачность $T = 1 - \eta$, где η — доля падающих частиц, испытавших столкновения с частицами ядра) и полное сечение неупругого взаимодействия зависят от распределения плотности ядерного вещества, размеров ядер и среднего пробега падающих частиц в ядерном веществе. Поскольку последний параметр определяется сечениями нуклон-нуклонных столкновений и в расчетах, выполненных различными авторами, имеет приблизительно одну и ту же величину, интересно выяснить, как влияет на прозрачность и полное сечение неупругого взаимодействия распределение плотности ядерного вещества.

Прозрачность ядер, рассчитанная по моделям с постоянным [14] и фермиевским обрезанным [6] распределениями плотности ядерного вещества приведена в табл. 9. Из таблицы видно, что учет диффузной границы ядра приводит к увеличению прозрачности ядер, однако полное поперечное сечение неупругого взаимодействия протонов с ядрами при этом почти не изменяется: увеличение прозрачности ядер компенсируется увеличением их геометрических размеров.

Таблица 9

Прозрачность ядер и полное сечение неупругого взаимодействия протонов с ядрами

Массовое число ядра-мишени A	Энергия протонов, *Мэв*	Прозрачность T		Полное сечение неупругого взаимодействия, *мбарн*		Эксперимент[3*]
		Ядро с диффузной границей [6, 9]	Ядро с постоянной плотностью [14,15][2*]	Ядро с диффузной границей [6,9]	Ядро с постоянной плотностью [14,15]	
28	150	0,50±0,08	0,27±0,02 (E_p=155)	300±50	354±7 (E_p=155)	410±10
28	340	0,42±0,05*	0,27±0,02 (E_p=364)	350±30*	349±7 (E_p=364)	410±10
28	660	0,32±0,04*	0,17±0,02 (E_p=690)	400±30*	408±8 (E_p=690)	410±10
95	150	0,17±0,13	0,16±0,01 (E_p=155)	990±40	930±90 (E_p=155)	1010±20
95	660	0,14±0,03*	0,05±0,02 (E_p=690)	1030±40*	1010±30 (E_p=690)	1010±20
197	150	0,07±0,02	0,08±0,02 (E_p=155)	1660±40	1640±30 (E_p=155)	1560±40
197	340	0,15±0,02	0,10±0,02 (E_p=364)	1520±40	1620±30 (E_p=364)	—
		0,17±0,03*	—	1480±50	—	—
197	660	0,10±0,01	0,07±0,01 (E_p=690)	1610±20	1670±30 (E_p=690)	1560±40
		0,14±0,03*	—	1530±50*	—	—

* Образование мезонов не учитывалось.

[2*] Значение прозрачности и полного сечения неупругого взаимодействия для A=28, 95 и 197 получены из расчетных данных работ [14, 15] интерполяцией.

[3*] Приведены усредненные экспериментальные значения сечений неупругого взаимодействия, полученные Б. Б. Говорковым на основе анализа экспериментальных данных (частное сообщение).

В табл. 9 и 10 приведены также расчетные и экспериментальные данные по полным сечениям неупругого взаимодействия. Из приведенных данных видно, что различные варианты расчета (с однородной [14], ступенчатой [11] и обрезанной фермиевской [6] плотностью ядерного вещества) дают близкие и хорошо согласующиеся с экспериментом [53, 54] величины сечений.

Таблица 10

Сечение неупругого взаимодействия протонов и нейтронов с ядрами

Бомбардирующая частица	Энергия, *Мэв*	Мишень	Сечение неупругого взаимодействия, *мбарн*	
			Расчет[11]	Эксперимент[53, 54]
Протон	185	Be	187±7	172±17
	305		176±7	151±15
	185	Al	417±9	408±41
	305		394±11	334±33
	170	Cu	795±23	—
	185		—	746±75
	240		747±23	667±67
	185	U	1825±38	1900±190
	305		1754±28	1600±160
Нейтрон	95	Be	217±7	210±8
	84	Al	502±16	500±50
	300		383±11	390±23
	84	Cu	825±23	910±50
	300		725±16	755±33
	84	Pb	1654±26	1850±180
	300		1552±27	1720±80

В расчетах предполагалось, что падающие на ядро нуклоны преломление не испытывают. Это предположение хорошо согласуется с экспериментальными данными по упругому рассеянию нуклонов на ядрах, которые свидетельствуют о том, что ядерный преломляющий потенциал для нуклонов высоких энергий мал (см. табл. П 4.1). Если же, не считаясь с этим фактором, ввести для падающих на ядро частиц не зависящий от скорости преломляющий потенциал глубиной 40 *Мэв*, то фокусировка частиц данным потенциалом приводит к значительному увеличению вероятности неупругого взаимодействия и рас-

считанные сечения неупругого взаимодействия оказываются существенно больше наблюдаемых на опыте [10].

Выход вторичных нуклонов, их угловое и энергетическое распределения. Основными характеристиками расчетов по каскадной модели, позволяющими судить о правильности того или иного ее варианта, являются выходы вторичных частиц и их угловые и энергетические распределения. Знание и правильное прогнозирование этих характе-

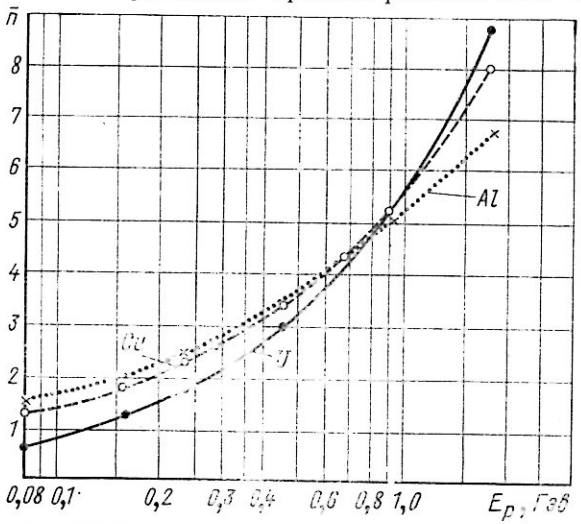


Рис. 26. Зависимость среднего числа каскадных нуклонов, образующихся при одном неупругом взаимодействии протонов с ядрами, от энергии падающих протонов [14, 15].

ристик приобретает особую важность в связи с многочисленными практическими приложениями каскадной модели для расчетов защиты ускорителей частиц высоких энергий, для оценки радиационной обстановки в отсеках космических кораблей в условиях жестких солнечных вспышек [40] и т. д. Зависимость среднего числа каскадных частиц от энергии падающих протонов [14, 15] показана на рис. 26. Эта зависимость весьма своеобразна.

При энергиях, меньших 400—500 *Мэв*, когда разветвленность каскада мала, среднее число каскадных нуклонов возрастает с уменьшением атомного номера мишени. Это связано с тем, что при данных энергиях каскадные нуклоны возникают в основном в результате однократных и дву-

кратных столкновений, а доля таких столкновений в легких ядрах среднего атомного веса больше, чем в тяжелых.

При энергиях, больших 600—800 *Мэв*, зависимость от атомного номера становится обратной — среднее число каскадных нуклонов увеличивается при увеличении атомного номера ядра-мишени. При этих энергиях основную роль играет разветвленность каскада, которая больше в тяжелых ядрах.

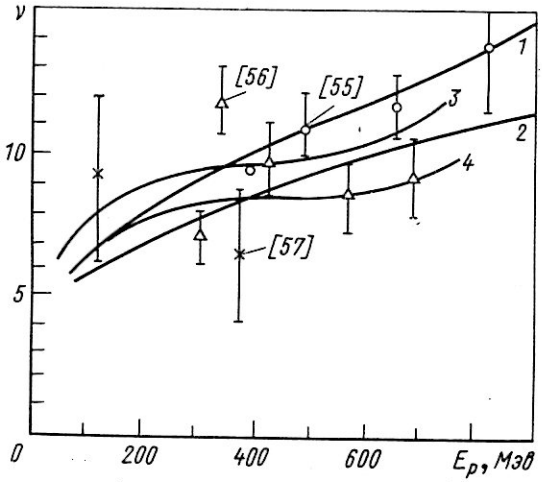


Рис. 27. Среднее число нейтронов, образующихся при одном неупругом взаимодействии протонов с ядрами Pb.

Среднее число вторичных нейтронов, образующихся при облучении Pb протонами различных энергий, показано на рис. 27 [55—58]. Здесь приведены результаты расчетов по каскадной модели с учетом испарения нейтронов послекаскадным возбужденным ядром (кривые *1*—*4*). При построении кривых *1* и *2* [58] использованы расчетные данные каскадного и испарительного процесса, полученные в работах [14, 15, 51]. Для кривой *1* параметр плотности уровней $a = A/10$, а для кривой *2* — $a = A/20$. Кривые *3* и *4* рассчитаны в работе [59]. Каскадную стадию в этой работе рассчитывали так же, как и в работах [14, 15], а испарительную стадию рассчитывали по Ле-Кутеру [47] (см. § 3). Параметр плотности уровней в этих расчетах считали равным $a_0 = 0{,}1$ *Мэв*$^{-1}$ (кривая *3*) и $a_0 =$

$= 0{,}05$ *Мэв*$^{-1}$ (кривая *4*). Из рисунка видно, что теоретические результаты, несмотря на различия в значениях параметров, принятых при расчете испарения, удовлетворительно согласуются друг с другом и с экспериментом.

Зависимость среднего числа вторичных нейтронов от массового числа мишени при энергии падающих протонов 660 *Мэв* показана на рис. 28. Расчет [59], проведенный при значении параметра плотности уровней $a_0 = 0{,}1$ *Мэв*$^{-1}$ для всех ядер, за исключением Ni, удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [55].

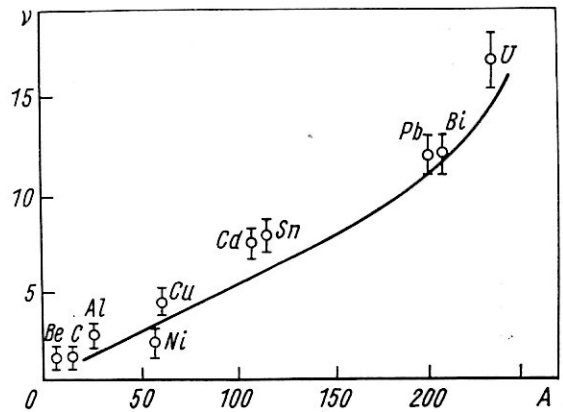


Рис. 28. Зависимость среднего числа нейтронов, образующихся при одном неупругом взаимодействии протонов с энергией 660 *Мэв* с ядрами, от массового числа.

Точки — результаты эксперимента [55]; кривая — расчет по каскадной модели [59].

В табл. 11 и 12 рассчитанные по каскадной модели числа вторичных каскадных частиц [14, 15, 59] сравниваются с измеренными на опыте [60, 61]. Как видно из таблиц, расчет дает несколько завышенные числа вторичных каскадных частиц. Этот результат не является совершенно неожиданным, поскольку в расчетах не учитывалось отражение вылетающих из ядра каскадных нуклонов.

Угловые распределения нуклонов, вылетающих из ядра в каскадном процессе, резко анизотропны с преимущественным испусканием частиц в направлении пучка. С увеличением энергии падающих частиц и с уменьшением атомного номера ядра-мишени анизотропия в угловом распределении

Таблица 11

Среднее число частиц, образующихся при облучении тяжелых ядер фотоэмульсии протонами с энергией 950 *Мэв*

Вид частиц	Эксперимент [60]	Расчет [14, 15]
Ливневые	0,54±0,04	0,30±0,02
Серые лучи	1,11±0,07	1,77±0,05
Черные лучи	2,61±0,11	3,55±0,07
Полное число	4,26±0,18	5,62±0,1
Заряженные мезоны	0,18±0,05	0,30±0,02

Таблица 12

Среднее число вторичных нуклонов с энергиями от 60 до 600 *Мэв*, образующихся при одном неупругом взаимодействии с ядрами протонов с энергией 660 *Мэв*

Мишень	Среднее число вторичных нуклонов		
	Эксперимент [61]	Расчет	
		[14, 15]	[59]
C	2,4±3	2,5±0,1	2,0
Al	2,5±0,3	2,5±0,1	—
Ni	2,1±0,3	2,5±0,1	2,4
Cu	2,1±0,3	—	—
Cd	2,0±0,3	—	—
Pb	1,8±0,3	—	2,4
U	1,7±0,3	2,7±0,1	—

растет. На рис. 29 приведены угловые распределения протонов с энергией больше 90 *Мэв*, образующихся при облучении тяжелых ядер фотоэмульсии протонами с энергией $E_p \approx 300$ *Мэв*. Распределения, показанные пунктирной и штриховой диаграммами, рассчитаны по каскадной модели для ядра с постоянной [14] и ступенчатой [10] плотностью. Гистограмма, проведенная сплошной линией, — экспериментальные данные работы [62]. Из рисунка видно, что результаты расчета удовлетворительно согласуются друг с другом и с экспериментальными данными.

Угловые распределения вторичных нуклонов с энергией больше 60 *Мэв*, образующихся при облучении Al протонами с энергией 660 *Мэв*, показаны на рис. 30. Так же как и в случае тяжелых ядер фотоэмульсий, наблюдается удовлетворительное согласие расчетов с экспериментальными данными.

Рассмотренные данные по полным сечениям неупругого взаимодействия, выходам и угловым распределениям вторичных частиц показывают, что эти характеристики слабо зависят от предположений о структуре ядер и определяются механизмом нуклон-ядерных столкновений, принятым в каскадной модели. Согласие различных вариантов расче-

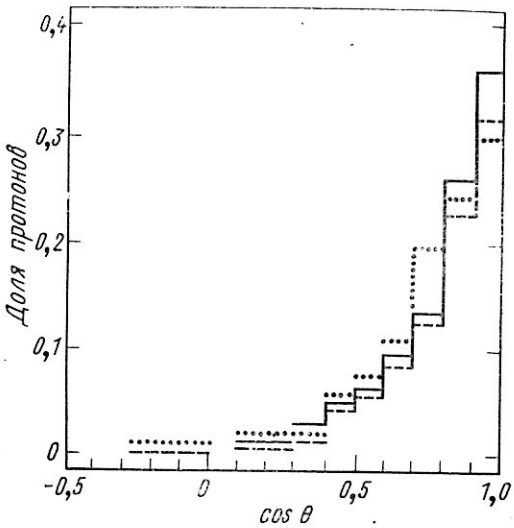


Рис. 29. Угловые распределения каскадных протонов с энергией больше 90 *Мэв*, образующихся при облучении тяжелых ядер фотоэмульсии протонами:

———— — результаты эксперимента, энергия падающих протонов E_p=310 *Мэв*; — — — — результаты расчета, E_p=310 *Мэв*, ядра AgBr; · · · · — результаты расчета E_p=286 *Мэв*, ядро ^{100}Ru. Статистическая погрешность во всех случаях около 10%.

тов друг с другом и с экспериментальными результатами свидетельствует о том, что при больших энергиях взаимодействие падающего нуклона с ядром действительно определяется каскадом квазисвободных столкновений с отдельными нуклонами ядра, и тем самым подтверждает справедливость основного исходного предположения каскадной теории.

В отличие от полных сечений, выходов и угловых распределений каскадных частиц энергетические спектры вто-

ричных нуклонов, рассчитанные по каскадной модели, во многих случаях существенно отличаются от экспериментальных. Особенно велики расхождения для спектров, наблюдаемых под небольшими углами относительно пучка первичных частиц. На рис. 31 и 32 приведены энергетические спектры нейтронов, образующихся при облучении ядра ^{12}C протонами с энергией 171 *Мэв* и ядра ^{207}Pb протонами

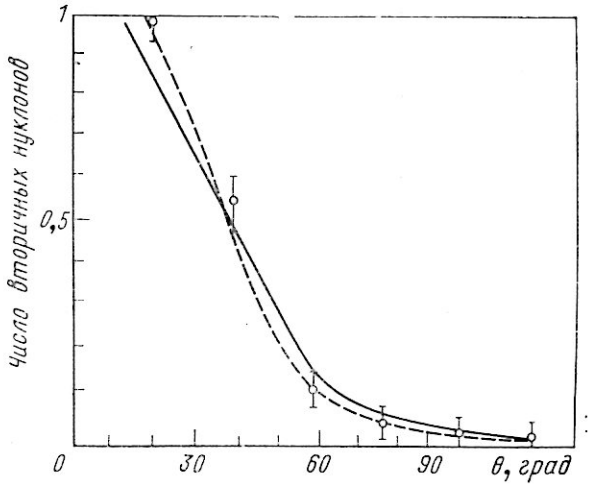


Рис. 30. Угловые распределения быстрых вторичных каскадных нуклонов, образующихся при взаимодействии протонов с энергией 660 *Мэв* с ядрами Al:

——результаты эксперимента [61], энергия вторичных нуклонов $E > 60$ *Мэв*; ———— каскадный расчет для ядра с диффузной границей, с учетом преломления и отражения нуклонов [6], $E > 80$ *Мэв*; — — — — расчет по модели с однородной плотностью, преломление и отражение нуклонов не учитывались [15], $E > 90$ *Мэв*. Статистическая погрешность во всех случаях около 10%.

с энергией 143 *Мэв*. Теоретические спектры рассчитаны по модели со ступенчатым распределением плотности и ступенчатым ядерным потенциалом. Из рисунков видно, что теоретический максимум в области высоких энергий, соответствующий однократным столкновениям, оказывается значительно уже экспериментального и сдвинут относительно последнего в область больших энергий. Причину расхождения следует искать прежде всего в том, что в расчетах использовалась очень грубая модель ядра. Действительно, в соответствии со ступенчатыми плотностью и потенциа-

лом, принятыми в этих расчетах, нуклоны ядра ^{12}C находятся в потенциальных ямах глубиной 38,2; 26,8 и 11,7 *Мэв*, причем в последних двух находится наибольшее число нуклонов. В то же время из экспериментальных данных по реакциям (p, 2 p) следует, что энергии связи нуклонов в ядре ^{12}C имеют величину, превышающую 60 *Мэв* (см. рис. 25), т. е. реальная глубина ядерного потенциала

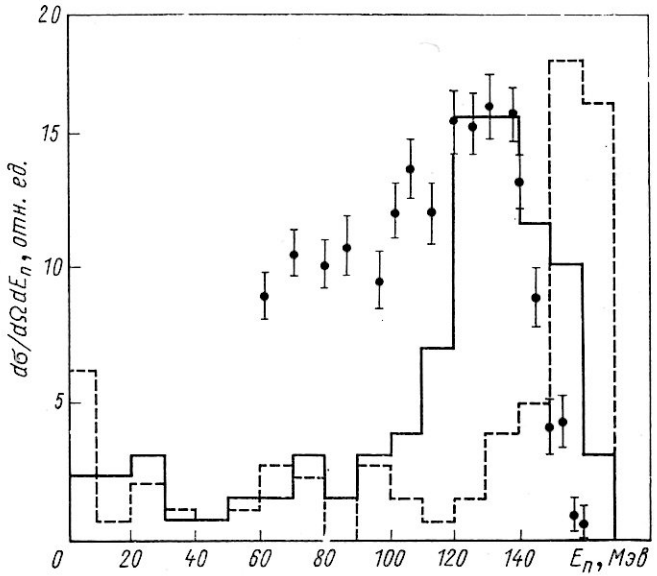


Рис. 31. Энергетические спектры нейтронов, образующихся при облучении протонами с энергией 171 *Мэв*:

● — результаты эксперимента [63], полученные под углом 2,5° к направлению пучка; — — — — гистограммы рассчитаны в работах [11] и [13] в интервале углов 0—15°.

существенно больше той, которая учитывалась при расчетах в работе [11]. Поэтому в работе [13] была сделана попытка учесть данные по энергиям связи, полученные в реакциях (p, $2p$). В этой работе использовали распределение нуклонов по энергиям связи ε_2, показанное на рис. 25 сплошной линией, глубину потенциальной ямы считали равной $U = 56$ *Мэв*, а кинетическую энергию нуклонов в ядре определяли из равенства $E_к = U - \varepsilon_2$. Преломление и отражение нуклонов не учитывали. Результаты расчетов показаны на рис. 31 сплошной линией. Из рисунка видно,

что правильный учет глубины потенциальной ямы привел к лучшему согласию расчета с опытом в области энергий, соответствующих однократным столкновениям.

В области энергий протонов, лежащих ниже максимума однократных столкновений, оба варианта расчета дают заниженные числа вторичных нейтронов. Это расхождение, возможно, связано с тем, что в расчетах не учитывали рассеяние вылетающих нуклонов на ядерном потенциале.

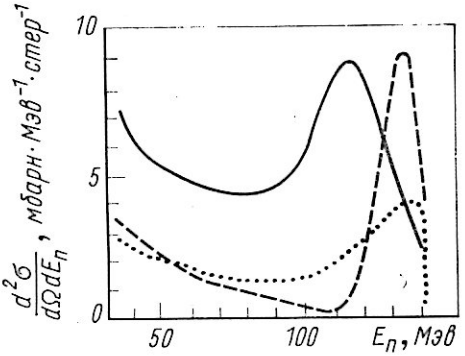


Рис. 32. Энергетический спектр нейтронов, образующихся при облучении ^{207}Pb протонами с энергией 143 *Мэв*:

——— — экспериментальный спектр под углом 0° [64]; · · · и — — — — расчет по каскадной модели с учетом и без учета отражения и преломления вылетающих нуклонов [10] соответственно. Статистическая погрешность расчета около 20%.

Учет рассеяния привел бы к попаданию в рассматриваемый угловой интервал значительного числа протонов средних и малых энергий.

При увеличении энергии падающих частиц и угла, под которым наблюдается спектр вторичных нуклонов, согласие расчетов с экспериментом улучшается. Это видно на рис. 33 и 34. Энергетический спектр протонов, образующихся под углом 30° к пучку при облучении ядер ^{12}C протонами, вполне удовлетворительно объясняется тем же самым вариантом каскадной модели, который оказался несостоятельным при объяснении энергетического спектра нейтронов под углом 0° [11]. Так же хорошо каскадная модель объясняет энергетический спектр вторичных протонов, вылетающих под углом 80° к пучку из мишени ^{209}Bi при облучении протонами

(см. рис. 34), причем лучшее согласие с экспериментом дает расчет, в котором учитывается преломление и отражение вылетающих нуклонов.

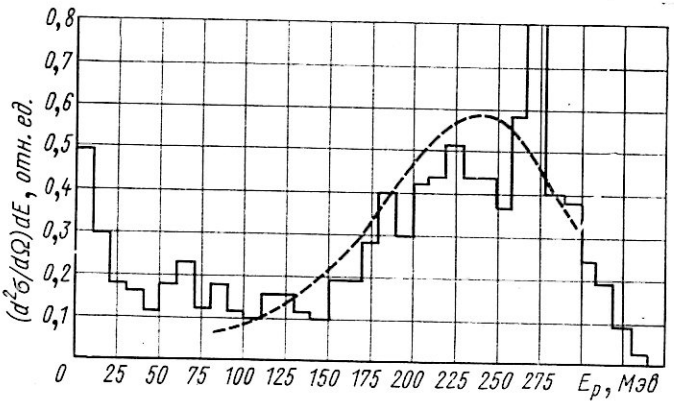


Рис. 33. Энергетические спектры протонов, образующихся при облучении ^{12}C протонами с энергией 340 *Мэв*:

— — — — измеренные на опыте спектры под углом 30° [65];
———— спектры в интервале углов 20—40°, рассчитанные в работе [11].

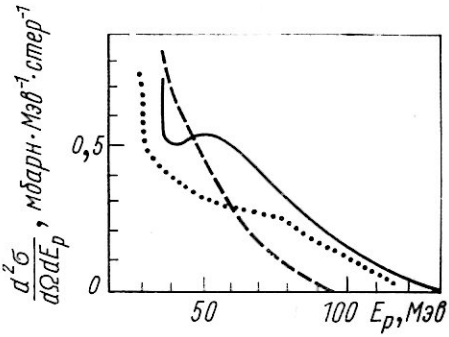


Рис. 34. Энергетический спектр вторичных протонов, образующихся под углом 80° к пучку при облучении ^{209}Bi протонами с энергией 160 *Мэв*:

———— результаты эксперимента [66]; · · · и — — — — расчет по каскадной модели с учетом и без учета отражения и преломления вылетающих нуклонов [10] соответственно.

Энергия возбуждения остаточных и масса конечных ядер. Одним из продуктов каскадного процесса является «послекаскадное», или остаточное возбужденное ядро. Кас-

кадная модель позволяет рассчитать спектр масс и энергий возбуждения остаточных ядер, а также распределение по массам конечных ядер, образующихся в результате распада остаточных ядер.

Зависимость средней энергии возбуждения от энергии падающих частиц для ядер Al, Cu, Ru и U, рассчитанная без учета преломления и отражения нуклонов в предполо-

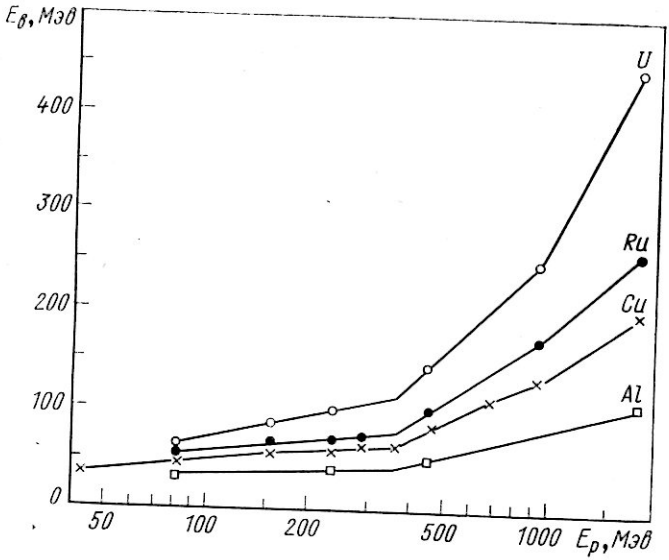


Рис. 35. Зависимость средних энергий возбуждения некоторых ядер от энергии падающих протонов.

жении постоянной плотности ядерного вещества [14, 15], показана на рис. 35. Интересно сравнить результаты этих расчетов с экспериментальными данными, а также расчетами, в которых использовались другие модели ядер (табл. 13 и 14). Как видно из табл. 13, расчеты с постоянной [14, 15] и ступенчатой [11] плотностями ядерного вещества удовлетворительно согласуются друг с другом и с экспериментом [67] для всех ядер, за исключением C и Al. Зависимость энергии возбуждения от типа ядерной модели представлена в табл. 14, где сравниваются результаты расчетов энергий возбуждения ядер ^{75}As и ^{209}Bi, выполненные с использованием различных ядерных моделей [10]. Как видно из табл. 14, учет отражения и преломления нуклонов приводит к заметному увеличению энергии возбуждения, при-

чем наибольшее увеличение наблюдается для модели однородной сферы.

Таблица 13

Средняя энергия возбуждения послекаскадных ядер, образующихся под действием протонов с энергией 190 *Мэв*

Ядро-мишень	Средняя энергия возбуждения остаточного ядра, *Мэв*		
	Эксперимент [67]	Расчет	
		Однородная [14, 15]	Ядро со ступенчатой плотностью [11]
C	27±5	—	22
Al	50±8	42	36
Ni	57±9	—	59
Cu	—	59	—
Ru	—	69	—
Ag	69±12	—	72
Au	83±17	—	92
Bi	—	90	—
U	88±18	94	95

Таблица 14

Средняя энергия возбуждения ядер ^{75}As и ^{209}Bi, облучаемых протонами [10]

Ядро-мишень	Энергия падающих протонов, *Мэв*	Средняя энергия возбуждения, *Мэв*, для ядер с постоянной (ρ_0), трапецендальной ($\rho_т$) и ступенчатой ($\rho_с$) плотностями					
		с учетом отражения и преломления нуклонов			без учета отражения и преломления		
		ρ_0	$\rho_т$	$\rho_с$	ρ_0	$\rho_т$	$\rho_с$
^{75}As	378	129,9	105,4	89,9	74,9	83,4	70,6
^{209}Bi	375	175,7	169,5	149,6	110,4	126,6	119,2

Вероятно, одним из наиболее интересных результатов каскадной модели является объяснение массового спектра конечных ядер. На рис. 36 показаны результаты одного из первых расчетов [14], в котором распад возбужденных остаточных ядер рассчитывался по весьма грубой модели: предполагалсь, что каждой порции энергии возбуждения, равной 17 *Мэв*, соответствует испускание одного нуклона. Тем не менее расчет вполне удовлетворительно описывает экспериментальные данные [68]. На рис. 37 с экспериментально измеренными выходами продуктов расщепления ^{75}As протонами с энергией 378 *Мэв* [69] сравнивается расчет

[10], в котором испарительная стадия распада ядра рассматривалась вполне корректно (использовалась программа работы [51]). Сравнение проведено для расчета — со ступенчатой (штриховая кривая) и трапецеидальной (сплошная кривая) плотностями ядерного вещества (в обоих вариантах учитывалось преломление и отражение нуклонов). Для удобства сравнения на рисунке приведена зависимость отношения рассчитанных и экспериментальных сечений образования ядер от массового числа A.

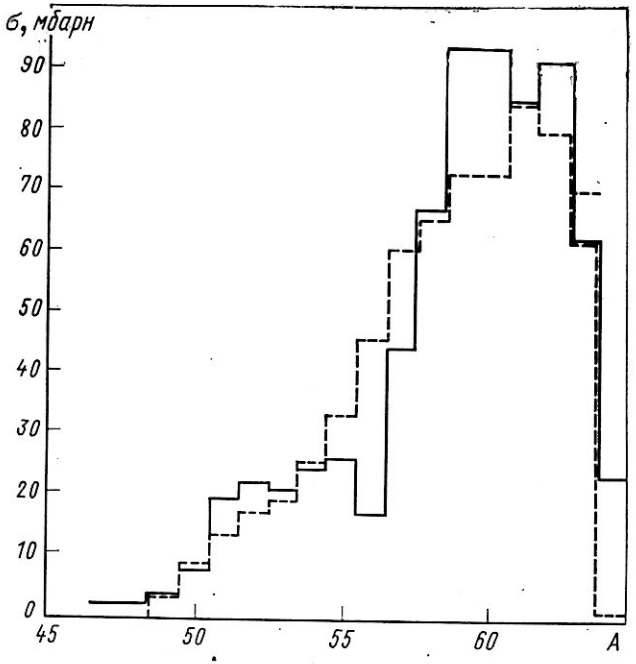


Рис. 36. Сечения образования конечных ядер с массовым числом A при расщеплении Cu протонами:
———— эксперимент; — — — — расчет.

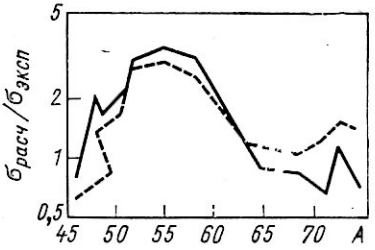


Рис. 37. Сравнение теоретических и экспериментальных выходов ядер, образующихся при расщеплении ядер ^{75}As протонами с энергией 378 *Мэв*.

В большинстве случаев это отношение отличается от единицы не более чем на 50%. Если учесть, что расчет охватывает диапазон конечных ядер, сечения которых отличаются в 100 раз, такое согласие следует признать хорошим.

Кинематические характеристики остаточных и конечных ядер. Импульс, получаемый ядром отдачи в каскадном процессе, складывается из импульса, который имели в ядре

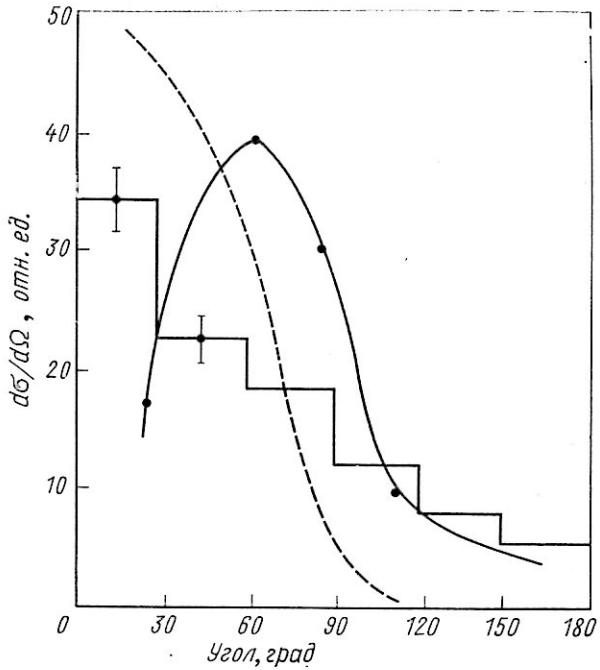


Рис. 38. Угловые распределения ядер отдачи, образующихся при облучении тяжелых ядер фотоэмульсии протонами с энергией 660 *Мэв*.

выбиваемые нуклоны, импульса, переданного нуклонами при вылете из ядра, и импульса, получаемого ядром при распаде из возбужденного состояния. На рис. 38 и 39 приведены распределения по углам и пробегам ядер отдачи, образующихся при взаимодействии протонов с энергией 660 *Мэв* с тяжелыми ядрами фотоэмульсии. Экспериментальные данные (гистограмма) взяты из работы [70]. Распределения, показанные сплошной линией, (см. рис. 38), рассчитаны для остаточных ядер с энергией возбуждения,

большей 80 *Мэв*, и скоростью, большей $2{,}4 \cdot 10^7$ *см/сек*, по модели с однородной плотностью без учета преломления и отражения нуклонов [71]. Пунктирной кривой показаны результаты расчетов по модели с фермиевским обрезанным распределением плотности ядерного вещества с учетом преломления и отражения вылетающих нуклонов [6, 9]. Приведены все случаи расщеплений. При построении распределений по пробегам (см. рис. 39) из распределений по энергии (см. рис. 38) в обоих вариантах расчета использовалось соотношение пробег—энергия для ядер AgBr, полученное в работе [72]. Из рисунков видно, что рассчитанные по каскадной модели распределения по углам и пробегам ядер отдачи существенно отличаются от наблюдаемых на опыте. Такие же расхождения теоретических и экспериментальных данных имеют место и при других энергиях и для других ядер [73]. По-видимому, для объяснения кинематических характеристик ядер отдачи необходима существенная модификация модели ядра, используемой в каскадных расчетах, и, в первую очередь, учет ассоциирования нуклонов в ядрах.

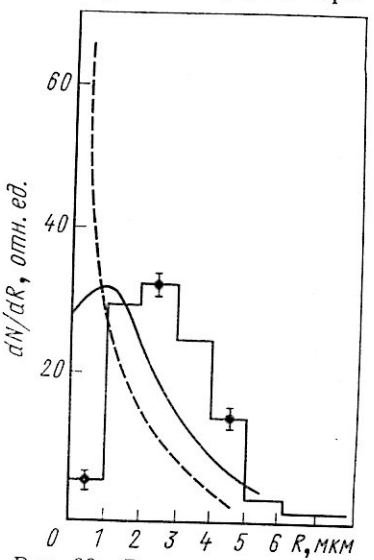


Рис. 39. Распределения ядер отдачи по пробегам. Обозначения те же, что на рис. 38.

Пространственное развитие нуклонного каскада. Эту характеристику исследовали в работе [9], для чего ядро разбивалось на 24 объема тремя концентрическими сферами и пятью конусами (рис. 40). Интервалы радиусов и конусов выбирали так, чтобы заключенные между ними объемы были равны.

Значения радиусов, приведенных на рис. 40, даны ниже:

Массовое число	r_1	r_2	r_3	r_4
28	2,74	3,45	3,95	4,35
95	3,88	4,89	5,60	6,16
197	4,75	5,98	6,85	7,54

Массовое число ядра	Энергия падающих протонов, *Мэв*	Полное число выбитых нуклонов	Число нуклонов, 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
28	660	<5	22	4	2	0	32	0	8	4	42	12	20
95	660	любое	19	8	10	2	63	24	28	20	82	62	54
95	660	$\geqslant 4$	6	2	0	0	24	8	0	0	24	6	2
197	150	<5	10	0	0	2	24	12	2	0	44	32	36
197	340	<5	6	0	0	0	12	12	2	0	41	38	16
197	660	<5	5	4	2	2	18	10	6	2	65	43	39
197	660	$\geqslant 5$	2	6	0	2	2	10	0	0	34	14	6

При построении пространственного распределения точек столкновений учитывали только столкновения, при которых импульс ядерного нуклона — партнера по столкновению — изменяется более чем на 6 $Мэв^{1/2}$ (в единицах

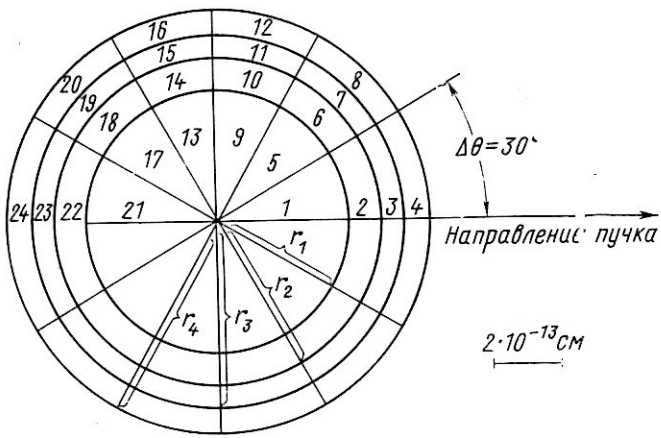


Рис. 40. Разбиение ядра на объемы.

$\sqrt{E_к}$, где $E_к$ — кинетическая энергия нуклона в ядре). В процессе расчета каскада фиксировали координаты таких столкновений и определяли число точек столкновений в каждом из двадцати четырех объемов. Поскольку пространственное распределение каскада зависит от его разветвлен-

Таблица 15

по объему ядра

выбитых из объемов												
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
8	42	67	30	20	48	31	17	20	30	21	2	4
34	100	114	126	44	76	70	44	56	46	34	20	22
0	32	18	8	2	24	16	10	2	20	4	4	0
12	102	96	90	28	40	142	56	20	44	34	18	4
6	51	58	22	16	54	46	18	6	35	12	8	2
9	66	75	78	29	48	71	48	28	32	10	14	2
0	26	18	17	2	14	36	4	0	0	0	0	0

ности, интересно получить распределения выбиваемых нуклонов при различном полном числе выбитых нуклонов. В табл. 15 приведены числа нуклонов, выбиваемых из каждого объема (всего из 24) ядер ^{28}Si, $(AgBr)^{95}_{41}$ и ^{197}Au, при различных значениях полного числа выбиваемых в одном каскаде нуклонов и различной величине энергии падающих протонов.

§ 14. Каскадный процесс и ассоциирование нуклонов в ядрах

В расчетах внутриядерного каскада, рассмотренных выше, корреляция нуклонов в ядрах не учитывалась. Между тем многочисленные экспериментальные и теоретические данные свидетельствуют о том, что эффект ассоциирования нуклонов в ядрах очень велик [74, 75]. Наиболее естественным образом ассоциирование можно учесть, включив в обычную схему каскадного процесса наряду с взаимодействием каскадных частиц с нуклонами взаимодействие и с нуклонными ассоциациями. При этом, в духе серберовской модели, следует предположить, что взаимодействие с ассоциациями осуществляется как квазисвободное, т. е. столкновение каскадной частицы с ассоциацией происходит так же, как с соответствующим свободным ядром.

Однако такой подход можно считать обоснованным лишь в том случае, если время жизни ассоциации (время обмена нуклонами между ассоциацией и остальным ядром) превышает время взаимодействия между ассоциацией и каскадной

частицей. Время жизни ассоциаций в ядре можно оценить, рассматривая их как виртуальные образования (по аналогии, например, с виртуальным π^+-мезоном в процессе $p \to \pi^+ + n$), из соотношения

$$\Delta t_a \Delta E_a \geqslant \hbar, \tag{3.37}$$

где Δt_a и ΔE_a — время жизни и энергия связи ассоциации в ядре. Время взаимодействия каскадной частицы с ассоциацией

$$\Delta t_к \approx R/v, \tag{3.38}$$

где R — размеры ассоциации, а v — скорость частицы. Оценки показывают, что при больших энергиях падающих частиц для ассоциаций различного типа время взаимодействия с ассоциацией действительно оказывается значительно меньше, чем время ее жизни. Например, для α-ассоциаций ($\Delta E_a \approx 5$ *Мэв*, $R \approx 2$ *ферми*) при энергии падающих протонов $E_p \approx 100$ *Мэв* $\Delta t_к \approx 0{,}1\ \Delta t_a$.

Таким образом, основное предположение серберовской модели о квазисвободном взаимодействии сохраняется и в том случае, когда в схему расчета включается взаимодействие с ядерными подструктурами.

Как учет ассоциирования нуклонов изменит характеристики внутриядерного каскада? Если отвлечься от процессов, связанных с излучением самих ассоциаций, то изменения, особенно для средних и тяжелых ядер, будут незначительны. Действительно, для внутриядерного нуклонного каскада введение ассоциаций эквивалентно появлению флуктуаций плотности ядерного вещества, что приведет к некоторому изменению пространственного развития каскада, но мало скажется на других характеристиках, например на угловых и энергетических распределениях вылетающих нуклонов.

В то же время существенно изменятся такие характеристики, как распределения остаточных ядер по импульсам и энергиям возбуждения, распределения конечных ядер по массам и др. Учет ассоциирования приведет также к новому эффекту — к излучению ассоциаций в процессе внутриядерного каскада. Рассмотрим этот вопрос несколько подробнее.

К излучению ассоциаций в ходе внутриядерного каскада могут привести следующие два основные процесса: квазисвободное выбивание ассоциаций каскадными частицами, подобное квазисвободному выбиванию нуклонов

[76, 77], и нарушение ядерных связей ассоциации с остальным ядром в процессе каскада [78, 79]. Второй процесс — следствие основных ядерных сил: насыщения, короткодействия и обменного характера. Благодаря этим свойствам связь ассоциации с ядром осуществляется лишь посредством небольшого числа нуклонов. Если в процессе внутриядерного каскада нуклоны, осуществляющие связь, будут выбиты, то связь ассоциации с остальным ядром нарушится и ассоциация будет излучена из ядра*.

Рассмотрим некоторые результаты расчетов внутриядерного каскада, в которых учитывалось взаимодействие каскадных частиц с внутриядерными ассоциациями. Подробные исследования каскадного процесса, в котором рассматривалось взаимодействие каскадных нуклонов с α-частичными ассоциациями (в дальнейшем мы будем их называть α-кластерами), были выполнены В. И. Остроумовым и др. [76, 77, 82, 83]. В предложенной Остроумовым модели выбивания α-кластеров каскадными нуклонами предполагалось, что столкновения носят характер упругого рассеяния с сечениями, равными сечениям рассеяния свободных нуклонов на свободных ядрах ^{4}He. Поскольку процесс рассматривался в ядре, вводились нуклонный и α-частичный потенциалы, а также учитывалось действие принципа Паули. Экспериментальные данные по сечениям упругого рассеяния нуклонов на ядрах ^{4}He аппроксимировались формулой

$$(d\sigma(0, E_k)/d\Omega) = C(\theta) \exp[-k(0)/\sqrt{E_k}], \qquad (3.39)$$

в которой $C(\theta)$ и $k(\theta)$ были найдены по методу наименьших квадратов. Параметры расчетов — эффективное число α-кластеров в ядре и их кинетическая энергия. Последняя принималась равной 0,5; 10 и 20 *Мэв*. Рассматривалось взаимодействие протонов с энергиями 100, 140, 200, 360, 560 и 660 *Мэв* с тяжелыми ядрами фотоэмульсии. Были рассчитаны следующие характеристики процессов, связанных с излучением α-частиц: 1) сечения вылета α-частиц с энергиями, большими 30 *Мэв*; 2) энергетические и угловые распределения α-частиц с энергиями, большими 30 и 50 *Мэв*;

---

* В литературе среди каскадных процессов, приводящих к излучению ассоциаций, рассматривается также и механизм ядерных реакций на ассоциациях [80, 81]. Очевидно, этот процесс является частным случаем механизма нарушения ядерных связей, так как продукты «внутриядерной» реакции не могут быть излучены из ядра, если при этом не нарушается их связь с ядром.

3) импульсные распределения ядер отдачи в α-звездах; 4) среднее число лучей в α-звездах и некоторые другие.

Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, полученными этими же авторами, в предположении, что средняя кинетическая энергия α-кластеров в ядре равна 5—10 *Мэв*, а эффективное число α-кластеров в поверхностном слое ядер Ag и Br около 7—12.

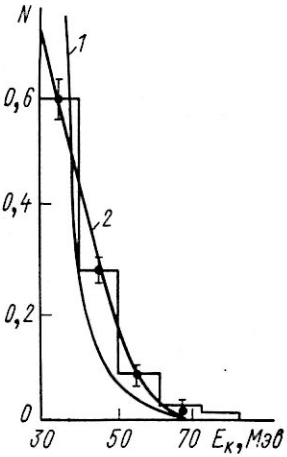


Рис. 41. Энергетический спектр α-частиц, выбиваемых из ядер Ag и Br протонами с энергией 660 *Мэв*.

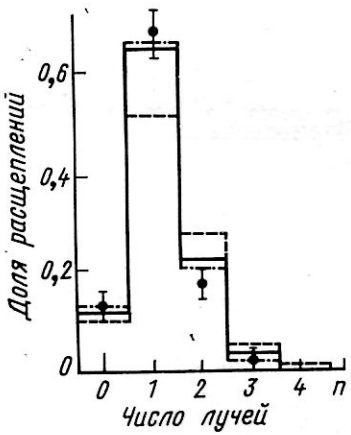


Рис. 42. Распределение по числу лучей звезд, образующихся при расщеплении ядер ^{12}C протонами с энергией 340 *Мэв*: ● — результаты эксперимента [96, 97]; — — —, ——— и .—.—.— расчет по каскадной модели; вероятность столкновения с α-кластером равна 0; 0,3 и 0,4 соответственно [86].

На рис. 41 показан энергетический спектр каскадных α-частиц с энергией больше 30 *Мэв*, выбиваемых из ядер Ag и Br протонами с энергией 660 *Мэв* [82]. Гистограмма — результат эксперимента, кривые *1* и *2* рассчитаны по модели выбивания [76, 77] при величине кинетической энергии α-кластеров в ядре, равной 0 и 5 *Мэв* соответственно. Из рисунка видно, что с экспериментом лучше согласуется кривая *2*.

Модель выбивания α-частиц, предложенная В. И. Остроумовым, в дальнейшем использовалась в других работах [84—95]. Основное внимание было уделено легким ядрам ^{12}C и ^{16}O. Некоторые результаты этих исследований приведены в табл. 16, 17 и на рис. 42 и 43.

Таблица 16

Расщепление ядра ^{12}C протонами с энергией 660 *Мэв*

Тип расщепления	Доля линий от полного числа расщеплений, %		Тип расщепления	Доля линий от полного числа расщеплений, %	
	Эксперимент	Расчет		Эксперимент	Расчет
(p, pn) | $(p, p2n)$	13,4±1	10	$(p, \widetilde{p}\alpha\mathrm{Li})$	7,0±2,0	10
$(p, 2p)$ | $(p, 2pn)$	12,2±1	11	$(p, 2\widetilde{p}\,\mathrm{Be})$	6,5±2,0	5
			$(p, 3\alpha\, p\, \pi^-)$	3,2±1,0	4
$(p, 2\widetilde{p}2\alpha)$	33,8±3,6	28	$(p, 6\,\widetilde{p})$	2,4±0,8	1
$(p, 4\widetilde{p}\alpha)$	12,2±2,2	15	$(p, 3\widetilde{p}\,\mathrm{Li})$	1,7±0,7	3
$(p, 3\alpha)$	7,0±2,0	11	$(p, 5\alpha\pi^-)$	0,6±0,05	2

Примечание. Знаком «$\widetilde{p}$» обозначены все положительные однозарядные частицы.

Таблица 17

Расщепления ядра ^{16}O протонами с энергией 156 *Мэв*

Конечное ядро	Эффективное сечение образования конечного ядра, *мбарн*		
	Эксперимент	Расчет, вероятности взаимодействия с d- и α-кластерами равны 0,4 и 0,2 [92]	Расчет, взаимодействия с ассоциациями не учитывается [10, 99]
^{3}H	12,5[100]	10	—
^{6}Li	10±2[101]	13,7	35,9
^{7}Li	8,5±2,5[102]	8,4	17,7
^{9}Li	0,006[103]	0,045	0,2
^{7}Be	5±1[101]	13,2	34,4
^{9}Be	1,7±0,5[102]	3,6	7,1
^{10}Be	0,4±0,2[102]	0,66	1,5
$^{10}B+^{10}C$	11±3[102]	17	32
$^{11}B+^{11}C$	2,5±8[102]	24	57
^{10}C	1±0,2[104]	1,9	5,6
^{11}C	11±1[104]	13,5	36,1
^{14}C	1,8±0,5[105]	1,2	1,9
^{13}N	4,8±0,8[105]	1,8	5

На рис. 42 показано, как зависит лучевое распределение звезд, образующихся при расщеплении ^{12}C, от вероятности столкновения каскадного нуклона с α-кластером. Полное пренебрежение взаимодействием с α-кластерами приводит к существенному расхождению результатов расчета [86] и

эксперимента [96, 97], в то время как при вероятности столкновения, равной 0,3 и 0,4, наблюдается удовлетворительное согласие.

Спектр энергий возбуждения ядер B, образующихся при облучении ядер ^{12}C протонами, показан на рис. 43. Как и в предыдущем случае, с экспериментом согласуется только такой вариант расчета, в котором учитывается взаимодействие с α-кластерами.

Каскад, включающий взаимодействия с α-частичными ассоциациями, позволяет также правильно предсказать спектр конечных ядер, образующихся при облучении лег-

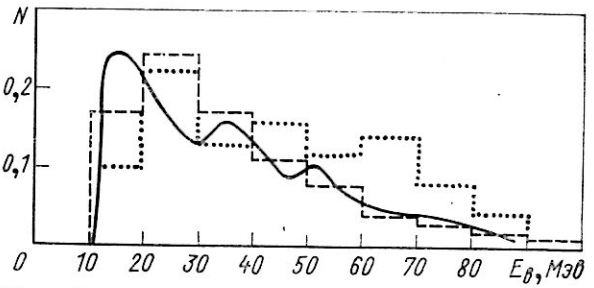


Рис. 43. Спектр энергий возбуждения ядер B, образующихся при облучении ^{12}C протонами с энергией 110 *Мэв*:

——— — результаты эксперимента [98]; · · · и — — — — расчет по каскадной модели [90]; вероятность столкновения с α-кластером равна соответственно 0 и 0,4.

ких ядер частицами высоких энергий. В табл. 16 и 17 приведены результаты расчетов для ядер ^{12}C [88] и ^{16}O [92]. При расчетах предполагали, что вероятность взаимодействия каскадных нуклонов с α-кластерами равна 0,5 (для ^{12}C) и 0,4 (для ^{16}O). Распад возбужденных остаточных ядер рассчитывали по модели прямого распада (см. § 12). В расчетах, выполненных для ядра ^{16}O, кроме того, учитывали и взаимодействие с d-кластерами (с вероятностью 0,2). В табл. 17 приведены также результаты расчетов, в которых взаимодействие с ассоциациями не учитывали (каскадную часть расщепления рассчитывали по схеме работы [10]). Сравнение показывает, что учет ассоциирования приводит к изменению выходов отдельных изотопов в несколько раз в сторону лучшего согласия с экспериментом.

Рассмотренные выше исследования эмиссии быстрых α-частиц и распада легких ядер показывают, что в этих

процессах существенную роль играет упругое выбивание α-кластеров из ядер. Данный результат нетрудно понять, если учесть, что неупругие процессы на α-частицах подавлены (первый возбужденный уровень α-частицы расположен около 20 *Мэв*). Напротив, в процессах излучения сложных кластеров типа Li, Be и т. п. более существенную роль играют неупругие процессы, связанные с нарушением ядерных связей.

Отметим, что неупругий процесс, например неупругое рассеяние или ядерная реакция на кластере, не всегда приводит к излучению соответствующего ядра (или, как еще принято говорить, фрагмента). Для излучения необходимо, чтобы полная энергия ассоциации (как целого) в ядре стала положительной. Увеличения полной энергии можно достигнуть как в результате передачи ассоциации кинетической энергии при неупругом взаимодействии с ней каскадной частицы, так и вследствие уменьшения потенциальной энергии ассоциации в процессе нарушения ядерных связей. Поскольку кинетическая энергия ядер, образующихся в ядерных реакциях при высоких энергиях, как правило, невелика (около 1—2 *Мэв*), основную роль в излучении ассоциаций играет предложенный Ф. П. Денисовым и др. [78, 79] механизм нарушения ядерных связей. Этот механизм позволяет правильно объяснить основные характеристики процесса фрагментации — угловые и энергетические распределения фрагментов, их распределения по заряду и др. Для примера рассмотрим, как с помощью этого механизма рассчитывается полное сечение образования фрагментов. Сечение образования фрагмента a на ядре A при энергии падающих нуклонов E можно записать в виде

$$\sigma(a, A, E) = \sigma(A, E)\, N(a, A)\, P(a, A, E), \qquad (3.40)$$

где $\sigma(A, E)$ — сечение неупругого взаимодействия протонов, имеющих энергию E, с ядром A; $N(a, A)$ — эффективное число кластеров a в ядре A; $P(a, A, E)$ — вероятность нарушения связи кластера a с ядром A при энергии падающих протонов E.

Рассматривая выбивание нуклонов из ядра в каскаде как случайный процесс, вероятность выбивания произвольного нуклона из ядра можно приближенно записать в виде*:

* При более точном расчете необходимо учесть распределение каскадов по числу выбитых нуклонов, а вероятность выбивания связей рассчитывать как задачу о случайной выборке [79]. Здесь мы ограничиваемся упрощенным рассмотрением.

$$p \approx n/A, \tag{3.41}$$

где $\bar{n} = \bar{n}(A, E)$ — среднее число каскадных нуклонов, выбиваемых из ядра протонами с энергией E.

Если число нуклонов, связывающих кластер a с ядром A, $m = m(a, A)$, то вероятность нарушения ядерных связей кластера с ядром равна вероятности одновременного выбивания данных m нуклонов:

$$p(a, A, E) \approx p^m \approx (\bar{n}/A)^m. \tag{3.42}$$

Чтобы кластер мог вылететь из ядра, его полная энергия должна стать больше суммы энергии связи и кулоновской энергии:

$$\varepsilon = |\varepsilon_{св}| + \varepsilon_{кул}. \tag{3.43}$$

Разумно предположить, что число связей фрагмента с ядром пропорционально энергии ε:

$$m = m_0 \varepsilon. \tag{3.44}$$

Эффективное число фрагментов в ядре запишем в виде

$$N(a, A) = N_0 (A/a), \tag{3.45}$$

где N_0 — слабо меняющаяся функция, которую в дальнейшем будет считать постоянной. Полное сечение неупругого взаимодействия $\sigma(A, E)$ протонов с ядром A можно выразить через геометрическое сечение $\sigma_{геом} = \pi r_0^2 A^{2/3}$ ($r_0 \approx 1{,}3$ *ферми*) и прозрачность T ядер A для протонов с энергией E:

$$\sigma(A, E) = \sigma_{геом}[1 - T(A, E)] = \pi r_0^2 A^{2/3} \gamma, \tag{3.46}$$

где $\gamma = [1 - T(A, E)]$. Подставляя соотношения (3.41)—(3.46) в (3.40), получаем

$$\sigma(a, A, E) \approx \frac{52 \gamma N_0 \bar{n}^{m_0 \varepsilon}}{a A^{m_0 \varepsilon - 5/3}} \text{ мбарн}. \tag{3.47}$$

Функции γ и $\bar{n}$, входящие в соотношение (3.47), рассчитываются в каскадном процессе. Величина ε определяется из масс ядер и фрагментов и их размеров, а N_0 и m_0 — параметры, которые находят, сравнивая расчетные и экспериментальные данные.

Результаты расчетов, выполненных по формуле (3.47) при значениях $N_0 = 0{,}12$ (^{7}Be), $N_0 = 0{,}14$ (^{18}F), $N_0 =$

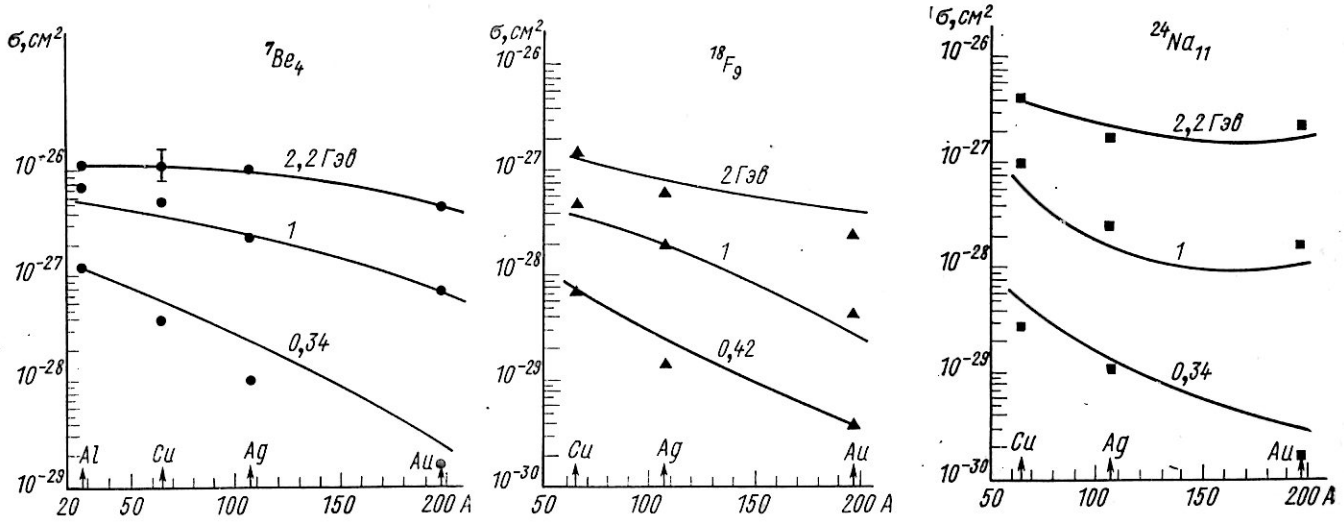


Рис. 44. Сечения образования фрагментов. Кривые — расчет по модели нарушения ядерных связей [107]. Экспериментальные данные взяты из работ [39, 106].

$= 1{,}2$ (^{24}Na) и $m_0 = 0{,}06$ *Мэв* $^{-1}$ для всех фрагментов, показаны на рис. 44. Из рисунка видно, что соотношение (3.47) удовлетворительно описывает экспериментальные данные по сечениям образования фрагментов ^{7}Be, ^{18}F, ^{24}Na на ядрах от Cu до Au в интервале энергий протонов от 100 *Мэв* до 2 *Гэв*.

ЛИТЕРАТУРА

1. Serber R. Phys. Rev., **72**, 1114 (1947).
2. Goldberger M. L. Phys. Rev., **74**, 1269 (1948).
3. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. М., «Высшая школа», 1961.
4. Голенко Д. И. Моделирование и статистический анализ псевдослучайных чисел на электронных вычислительных машинах, М., «Наука», 1965.
5. Neuman J. NBS Appl. Math. Ser., **12**, 36 (1951).
6. Денисов Ф. П. и др. «Ядерная физика», **1**, 329 (1965).
7. Hofstädter R. Ann. Rev. Nucl. Sci., **7**, 231 (1957).
8. Элтон Л. Размеры ядер. Перев. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
9. Денисов Ф. П. и др. «Ядерная физика», **2**, 1042 (1965).
10. Chen K. et al. Phys. Rev., **166**, 949 (1968).
11. Bertini H. W. Phys. Rev., **131**, 1801 (1963).
12. Jacob G., Maris Th. A. T. Rev. Mod. Phys., **38**, 121 (1966).
13. Акалаев Г. Г., Денисов Ф. П. «Ядерная физика» (в печати).
14. Metropolis N. et al. Phys. Rev., **110**, 185 (1958).
15. Metropolis N. et al. Phys. Rev., **110**, 204 (1958).
16. Hess W. N. Rev. Mod. Phys., **30**, 368 (1958).
17. Goldberg M. D. et al. Brookhaven National Lab. Rep. BNL-400, 1962.
18. Stehn J. R. et aj. Brookhaven National Lab. Rep. BNL-325, 1964.
19. Scanlon J. P. et al. Nucl. Phys., **41**, 401, (1963).
20. Gammel J. L. Fast Neutron Physics. P. II. N. Y., 1963, Intersci. Publ.
21. Palmieri J. N. et al. Ann. Phys., **5**, 299 (1958).
22. Fujii T. et al. Phys. Rev., **128**, 1836 (1962).
23. Wilson R. The Nucleon-Nucleon Interaction. N. Y., Intersci. Publ., 1963.
24. Barashenkov V. S., Maltsev V. M. Fortschr. Phys., **9**, 549 (1961).
25. Блатт Д., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. Перев. с англ. М., Изд-во иностр, лит., 1954.
26. Shapiro M. M. Phys. Rev., **90**, 171 (1953).
27. Kikuchi K. Prog. Theor. Phys., **17**, 643 (1957).
28. Evans J. A. Proc. Phys. Soc., **73**, 33 (1959).
29. Акалаев Г. Г., Денисов Ф. П. Препринт ФИАН № 119. М., 1967.
30. Beard D. B., McLellan A. Phys. Rev., **140**, B889 (1965).
31. Fermi E. Prog. Theor. Phys., **5**, No. 4 (1950).

32. Fermi E. Phys. Rev., **81**, 683 (1951).
33. Ферми Э. «Успехи физ. наук», **46**, 71 (1952).
34. Bohr N. Nature, **137**, 344 (1936).
35. Weisskopf V. F. Phys. Rev., **52**, 295 (1937).
36. Weisskopf V. F., Ewing D. H. Phys. Rev., **57**, 472 (1940).
37. Mulburn R. Rev. Mod. Phys., **27**, 1 (1955).
38. Frenkel J. I. Sow. Phys., **9**, 533 (1936).
39. Перфилов Н. А., Ложкин О. В., Остроумов В. П. Ядерные реакции под действием частиц высоких энергий. М., Изд-во АН СССР, 1962.
40. Бриллъ О. Д. и др. Ядерные взаимодействия в защите космических кораблей. М., Атомиздат, 1968.
41. Alevra A. et al. Nucl. Rhys., **58**, 108 (1964).
42. Bethe H. A. Rev. Mod. Phys., **9**, 79 (1937).
43. Lang J. M. B., Le Couteur K. J. Prec. Phys. Soc., **A67**, 585 (1954).
44. Varshni I. P. Nuovo cimento, **22**, 145 (1961).
45. Fujimoto Y., Yamaguchi Y. Phys. Rev., **75**, 1276 (1949).
46. Fujimoto Y, Yamaguchi Y. Prog. Theor. Phys., **5**, 787 (1950).
47. Le Couteur K. J. Proc. Phys. Soc., **A63**, 259 (1950).
48. Le Couteur K. J. Proc. Phys. Soc., **A65**, 718 (1952).
49. Hagedorn R., Macke W. Kosmische Strahlung. Aufl. 2, Berlin, 201 (1953).
50. Rudstam G. Spallation of Medium Weight Elements. Uppsala, 1956.
51. Dostrovsky I. et al. Phys., Rev., **111**, 1659 (1958).
52. Dostrovsky I., Fraenkel Z., Phys. Rev., **118**, 781 (1960).
53. Milburn G. P. et al. Phys. Rev., **95**, 1268 (1954).
54. Hodgson P. E. Nucl. Phys., **21**, 21 (1960).
55. Васильков Р. Г. и др. «Ядерная физика», **7**, 88 (1968).
56. Grandall W., Milburn G. Preprint UCRL-4931, 1957.
57. Goldansky V. I. et al. Phys. Rev., **109**, 1762 (1958).
58. Berkovitch M. et al. Phys. Rev., **119**, 412 (1960).
59. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Препринт Р-1969. Дубна, ОИЯИ, 1965.
60. Lock W. O. et al. Proc. Roy. Soc., **A231**, 368 (1955).
61. Коньшин В. А. и др. «Ядерная физика», **4**, 337 (1966).
62. Friedman J. Enrico Fermi Institute for Nuclear Studies, University of Chicago. (Private comm., 1956), 5 [14].
63. Cassels G. M. et al. Phil. Mag., **42**, 215 (1951).
64. Bowen P. H. et al. Nucl. Phys., **30**, 475 (1962).
65. Cladis J. B. Phys. Rev., **87**, 425 (1952).
66. Roos P. G. Ph. D. Thesis. Univ. of Maryland, College Park, 1964.
67. Gross E. UCRL-3330, 1956; UCRL-3337, 1956.
68. Batzel R. E. et al. Phys. Rev., **84**, 671 (1951).
69. Cumming J. B. Ph. D. Thesis, Columbia Univ. N. Y., 1954.
70. Остроумов В. П., «Ж. эксперим. и теор. физ.», **32**, 3 (1957).
71. Кочкин В. И. и др. Препринт Р2-3201. Дубна, ОИЯИ, 1967.

72. Кузьмин В. А., Остроумов В. И. «Приборы и техника эксперимента», № 4, 49 (1965).
73. Денисов Ф. П. Труды ФИАН, **34**, 130 (1966).
74. Wildermuth K., McClure W. Mod. Phys., **41**, 121 (1956).
75. Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М., «Наука», 1969.
76. Остроумов В. И. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **36**, 367 (1959).
77. Остроумов В. И., Филов Р. А. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **37**, 643 (1959).
78. Денисов Ф. П. и др. В кн. «Труды Ташкентской конференции по мирному использованию атомной энергии». Т. 1. Ташкент, Изд-во АН УзССР, 1961, стр. 117.
79. Денисов Ф. П. Труды ФАИН, **22**, 129 (1963).
80. Ложкин О. В. и др. «Докл. АН СССР», **151**, 826 (1963).
81 Богатин В. И. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ»., **46**, 431 (1964).
82. Остроумов В. И. и др. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **39**, 105 (1960).
83. Афанасьев Б. П. и др. «Ядерная физика», **4**, 1002 (1966).
84. Жданов А. П., Федотов П. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **37**, 944 (1959).
85. Жданов А. П., Федотов П. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **41**, 1870 (1961).
86. Abate E. et al. Nuovo cimento, **22**, 1206 (1961).
87. Жданов А. П., Федотов П. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **43**, 835 (1962).
88. Жданов А. П., Федотов П. И. «Ж. эксперим. и теор. физ.», **45** 455 (1963).
89. Gradsztajn E. J. phys. et radium, **24**, 829 (1963).
90. Gradsztajn E. Phys. Rev. Lett., **13**, 240 (1964).
91. Gradszajn E. et al. Phys. Rev. Lett., **14**, 436 (1965).
92. Gradsztajn E., Epherre M. J. phys., **28**, 745 (1967).
93. Cohen J. P. et al. Phys. Lett., **15**, 255 (1965).
94. Cohen J. P. et al. Nucl. Phys., **84**, 316 (1966).
95. Lefort M. et al. Phys. Rev., **139**, B1500 (1965).
96. Combe J. J. phys. et radium, **16**, 445 (1955).
97. Fiorini E., Ratti S. Nuovo cimento, **14**, 961 (1959).
98. Yuassa T., Bowden A. R., Bowman M. R. (private communication S. [90]).
99. Fraenkel Z. (private communication S. [92]).
100. Honda M., Lal D. Phys. Rev., **118**, 1618 (1960).
101. Bernas R. et al. Phys. Lett., **15**, 147 (1965).
102. Yiou F. et al. (in publish.).
103. Dostrovsky I. et al. Rapport interne 2144, Orsay, 1966.
104. Valentin L. et al. Phys. Lett., **7**, 163 (1963).
105. Tamers M. A., Delibrias G. C. R. Acad. Sci., **253**, 1202 (1961).
106. Albouy G. et al. Phys. Lett., **2**, 306 (1962).
107. Денисов Ф. П. «Ядерная физика» (в печати).